ARITHMETI-

CAE PRACTICAE METHODVS facilis, per Gemmam Frisium, medicum ac mathematicum; iam recens ab ipso authore emendata, & multis in locis insigniter aucta.

HVC ACCESSERVNT IACOBI Peletarii Cenomani annotationes: Eiusdem item de Fractionibus Astronomicis compendium: Et de cognoscendis per memoriam Calendis, Idib. Nonis, Festis mobilibus, & loco Solis & Lunæ in Zodiaco.

Quibus demum ab eodem Peletario additæ sunt Radicis vtriusque demonstrationes.



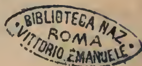
Conuent / ste Mane de scala



PARISIIS,

Apud Gulielmum Cauellat in pingui gallina, ex aduerso collegij Cameracensis.

1561.



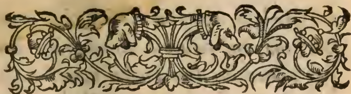
STIGELIVS.

Soli homini numerare datũ est: hãc indidit artem
Cum prima nobis relligione Deus,
Qua seu matre sata est, quæ diuidit omnia pũctis.
Semen ab his artes omne duabus habent.
Has igitur meritò geminas Plato credidit alas,
Quæ nostros animos ardua ad astra vehant.
Illa viam ingenuas meditando munit ad artes,
Per quas maiestas conspicienda Dei est.
Communem vitæ parit hæc ciuilis ad vsum
Organa, mechanica quæque regenda manu.
Quare, qua poteris duce, posteriore potiri,
Frisius hîc monstrat Gemma prioris iter.
Qui nescit numeros, numerãdi aut respuit artem
Eloquio vt careat dignus & ille fuit.

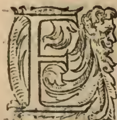
ALBERTVS.

Hic numeris constat rerum pulcherrimus ordo,
Quem, nisi per numeros, cernere nemo potest.
Si iuuat ergo vices naturæ noscere miras,
Prima sit hæc numeros discere cura tibi.

IACO-



IACOBVS PELETARIVS LECTORI.



Xciderunt mihi olim in Gēmæ Frisij Arithmeticā scholia quædam, seu tyrocinij rudimenta: quæ iampridem, si mihi integrum fuisset, è publico subduxissem libenter: sed tamē horum præludiorum recordatio delectare solet eos qui altiùs promouerunt. Ea quum prorsus non liceret supprimere, saltem recognoscenda esse iudicaui, præsertim quum opus ipsum ab authore recognitum viderem post meam animaduersionem. Itaque expunxi de meo quod iam vacabat, alia quædam obiter interieci. Gemma quidem suum Librum pulchris accessionibus locupletauit:



ſed quædam propoſuit magis quàm expoſuit, maximè radicum demonſtrationem, quæ tamen hoc loco à nobis non eſt explicata. Eam enim partem ad Algebram retulimus. Interim dum tu hoc munuſculum tempore metiêris, maiora te à nobis habere memineris, & expectare non dubites. Ego quoad res meæ ferent, tuæ expectationi ſtudebo ſedulò. Vale. Lutetiæ, 4. Non. Sept. anno Chriſti 1558.

ORNA-



ORNATISSIMO VIRO AC meritò venerando patri D. Gulielmo Rhetio, apud D. Michaëlem Antuerpiæ priori dignissimo, &c. Gemma Frisius S. P. D.



Omnes qui hac tempestate elucubrationum suarum fructu aliquo Reip. prodesse volunt, mi Rheti ornatissime, id mihi polliceri videntur, imò præstare merito debent, vti omnino aliquid in lucem proferant quod maiores nostros effugerit, aut minimũ inuenta eorum superet, ac quodammodo emendet. Me verò si quispiam rogitet, cur post tot ferè miriades authorum, qui de Arithmeticis rebus scripserunt, iam tandem actum agere, Penelopésque telam retexere aggrediar: huic candidè in hũc modum responsum volo. Quum sua quodque tẽpus proferat ingenia, multùm sanè inter se distantia: neque id solum diuerso temporis tractu eueniat, sed vno eodémque die comperias mille hominum mores & diuersa iudicia: fit hinc vt quantumuis varij de eadem re authores ab aliis atque aliis colantur & expetantur, quia certè (vt ille cecinit) τῷ δ' ἕτερον μὲν ἔδωκε πατὴρ, ἕτερον δ' ἀνένευσεν. Proinde & nos amicorum precibus compulsi sumus

Arithmetices aliquam cōpendiariā rationem ac facilem, quam nescio quo argumento nos efficere posse collegerunt, in lucem euulgare: nō quòd nostra hæc meliora iudicemus iis, quæ à varijs ante nos tradita sunt: verùm quòd ipsis magis arriserint, quàm ea quæ sæpe inter docendū percurrere soleo: quorum alia obscuriora visa sunt, nonnulla nimium Laconicè dicta: illa contrà prolixitatis accusanda. Quum igitur multis argumentis exploratū habeam, me in tuorum numero amicorum non posteriori abs te loco habitum fuisse semper, egóque te vicissim ab ea vsque consuetudine, quā Matheseos mutua inter nos collatio primùm peperit, vnicè amauerim ac coluerim, túque adeò huiusce editionis incitator & auctor fueris inter alios præcipuus, præter decorū duxi, & ab officio alienum, tantilla in re abs te potissimùm atque aliis amicis conatū meum desiderari. Qui qualiscūque est, meritò tibi dedicandus videtur, qui harum rerum odeò non es ignarus, vt secundū tibi cognouerim ἐν τοῖς μαθηματικοῖς in his nostris finibus, neminem, vt interim taceam linguarū meliorum, sacrarúmque literarum peritiam. Quæ omnia ad miraculum vsque summis non solùm laboribus, verùm etiam cum bonæ valetudinis non parua iactura consecutus es. Accipe igitur pro tuo in nos fauore hæc quamuis exigua: ac remissis interim grauioribus curis, ne tertiò nos aduersa valetudine oppressus inuisas, hæc leniora perlege, corrige, ac pro censoris officio omnia immuta. Quod reliquum est, fac vt rectius valetudinem tuam cures: néque vt soles, amare non desinas: Vale Louanij, quinto Calendas Ianuarij.

ARITH-

ARITHMETICAE PRACTICAE Methodus facilis, per Gemmã Friſium, Medicum ac Mathematicum, in quatuor partes diuiſa.

PRIMA PARS.

De ſpeciebus Arithmetices.



VMERARE, *eſt cuiuſuis propoſiti numeri valorem exprimere, atque etiam quemcunque datum numerum ſuis characteribus adſignare. Numerationẽ ego inter quatuor Arithmeticæ ſpecies non colloco. Sicut enim in aliis artibus elementa quædam præcedunt artis regulas, ita numerationem à ſpeciebus Arithmeticæ meritò ſeparandam puto.*

Duo igitur ſunt præcipua, per quæ cùm Numeratio, tũ quæ ſequuntur deinceps ſpecies perficiuntur, Characteres, ſiue elementa, & eorum loca.

ELEMENTA *ſunt decem, quorum nouem* 1
ſignificatiua, vnum non ſignificatiuum, quod ob receptam conſuetudinem, CYPHRAM *deinceps appellabimus: ſcribitúrque vt litera, o, vel cir-*

culus.   *Significatiua sunt,*

1, 2, 3, 4, 5,
vnum, duo, tria, quatuor, quinque.
6, 7, 8, 9,
sex, septem, octo, nouem.

Hæ notæ solæ quidem tales obtinent singulæ valores: at si cum aliis coniungantur, vel cum cyphra, infinitis modis augentur: quod quidem fit ob loci solum mutationem, quemadmodum vulgò dici consueuit, Honores mutant mores, ita nimirum hîc loca notarum valorem augent.

Quælibet igitur notarum primo loco posita, seipsam tantùm simpliciter significat, hoc est, quantum ex impositione prima valet: vt.6.sex, 8.octo, &c. (Primùm autem appellamus dexterum locum, eo quòd hæc ars vel à Chaldæis, vel ab Hebræis ortum habere credatur, qui etiam eo ordine scribunt.) Secundo loco qui deinde læuam versus sequitur, nota quæuis seipsam decies significat: Vt 80, octoginta: 70, Septuaginta, &c. Tertio deinceps loco quæuis figura se centies auget: vt 800, octingenta: 600, sexcenta, 200, ducenta. Cyphræ verò hîc loca tantùm occupant.

In his ergo tribus primis locis quemuis studiosum primùm diligenter exercitatum velim. Nam illis cognitis, facile quemcunque numerum expres-

serit,

ſerit, etiam ſi multò pluribus conſtet elementis: Quod quidem ita facile fiet. Diſtingue primò numerum propoſitum virgula interiecta poſt ternas ſingulas figuras, initio facto à dextris, atque ita ad finem. Vt 3|554|560|782. *Iam contrario ordine, à læua exprime omnes figuras quæ poſt vltimam virgulam habentur, ſecundum figurarum & locorum variationē: ita vt primam figuram à virgula ſimpliciter, ſecundam decies, tertiam centies enuncies, ac ſi nullæ aliæ præterea eſſent notæ. Verùm his toties hanc dictionem millies, adiice, quot ſunt à principio huc vſque virgulæ. Quod tamen vt Latinè fiat, poſt primam virgulam, millia dices: poſt ſecundam, millena millia: poſt tertiam, millies millena millia: poſt quartam, millies millena millia: Atque ita infinitis deinceps modis: qui ſanè à quarta virgula Latinam (fateor) locutionem haud facile admittent. Verùm nos artis potiùs quàm Latinæ linguæ præcepta tradere voluimus. Sua etiam cuique arti phraſis.*

Exēpli gratia, ſubiiciamus huius numeri ſequētis valorem explicandum, 23456345678. *Diſtinguendus erit primùm, vt diximus, interiectis vel notulis, vel virgulis, hoc pacto,* 23|456|345|678. *Deinde ſimul connumerentur figuræ duabus virgulisincluſæ, hac ratione, Vicies & ter millies*

millena millia, quadringenta quinquaginta ſex millena millia, trecenta & quadraginta quinque millia, ſexcēta & ſeptuaginta octo. Atq; hîc obiter obſeruādum, vti duæ figuræ proximæ à virgula ſimul pronuncientur, vt loquendi vſus exigit. Ex his deinceps haud difficile fuerit propoſitum aliquem numerum ſuis characteribus annotare, habita ſcilicet ratione tum figurarum, tum locorum: id quod exercitio diſcentium relinquimus.

Numeri in ſpecies diuiſio, quarum notitia ad ſequentium vſum non parum facit.

NVmerum authores vocant multitudinem ex Vnitatibus conflatam. Itaque Vnitas ipſa licèt ſubinde pro numero habeatur, propriè tamen numerus non erit, ſed numerorum omnium principium. Quemadmodum enim ex fluxu Puncti in longum linea deſcribitur, ita ex Vnitatibus accumulatis numerus efficitur.

Diuiditur autem in Digitum, Articulum, & Compoſitum numerum. DIGITVM *vocamus omnē numerum denario minorem: ſuntq; in ſumma nouem, ſcilicet* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9*: quos paulò antè Elementa ſignificatiua appellauimus.* AR-

TICV-

TICVLVS *est numerus quicunque in decem æquas partes diuidi potest, eásque integras. Hoc est, omnis numerus duabus aut pluribus constans notis, qui in sui principio, hoc est dextra parte, cyphrã obtinet: Vt* 10, 20, 30, 60, 100, 600, 3000. 360, *&c. Sũt autẽ sine numero Articuli.* COMPOSITVS *est numerus, qui ex Digito Articulóque nascitur: taléfque sunt omnes numeri pluribus notis scripti, quorum prima figura non est Cyphra. Verbi gratia,* 24, 91, 102, 132, 1003, *atque huiusmodi infiniti.*

Partiuntur etiam authores numerum, in Parem & Imparem: quorum ille in partes æquas est diuisibilis, hic neutiquam 3

Poßúntque plures aliæ numerorum diuisiones fieri, vt in Perfectum et Abundantẽ, in Quadratũ, Cubum, Surdum, &c. in Primũ & non primum. Sed quoniam hæ citra sequentium specierum notitiam intelligi nequeunt, maluimus in suum locum tempúsque commodum seruare. 4

De Additione, prima specie.

QVatuor omnino *sunt Arithmetices species, per quas omnes Regulæ quæstionésque omnes ferè perficiuntur. Vocamus autem species, certas operandi numeros, formas: quemadmodum in Dialectice, argumentorum formæ, quatuor com-*

prehenduntur speciebus, Syllogismo scilicet, Inductione, Enthymemate, & exemplo.

Prima harũ est ADDITIO, *quæ plures numeros in vnam summã colligere docet. Vt finge te expẽdisse vno anno 397. aureos, altero 765. docet hæc species, duos hos numeros vna explicare, & complecti summa. Obseruandum igitur primò, vti maior numerus superiori loco scribatur, minores huic subscribantur hac lege, vt prima inferiorum primæ superiorum è directo subiiciatur, secũda secundæ, tertia tertiæ, atque ita deinceps. Quibus ita collocatis, subtus ducatur linea: factóque initio à dextris, collige omnes figuras primi ordinis siue loci in vnam summam: eam, si vnica figura scribi potest, subscribe omnibus primo loco positis: sin verò duabus scribi oportet, scribatur dextra, reliquam serua vel memoria, vel seorsum annota. Aut si mauis adiice eam cum figuris secundo loco positis: factámque ex omnibus summam eodẽ modo subscribe, si vnica fuerit figura: sin duæ, dextrã scribe, sinistram sequenti ordini adiiciens: Sícque pergere non desinas, donec omnes ordines collegeris. Atque hîc si in fine numerus duabus figuris scribẽdus occurrat aut pluribus, integrè scribatur: Iámque hoc pacto plures numeros in vnam summam, vltimam scilicet, collegisti.*

Exemplum

Exemplum duorum numerorum.

Addendi	2 3 0 4 5 6
	6 7 8 2 1
Summa	2 9 8 2 7 7

Exemplum plurium numerorum.

Addendi	4 3 2 0 6 5 2
	9 3 0 8 7 6 5
	3 6 0 0 3 2 1
	4 3 0 8 7 6 0
	5 6 7 8 9 1
Summa	2 2 1 0 6 3 8 9

Declaratio secundi exempli.

Omnes numeri primi ordinis efficiunt 9 *: ea subscribo : Secundi ordinis omnes numeri, scilicet* 9, 6, 2, 6, 5, *faciũt* 28 *: scribo igitur* 8, *& duo adiicio sequẽti tertio ordini: quæ simul cum aliis conficiunt* 33 *: scribo* 3 *: &* 3, *adiicio sequenti ordini : atque hìc colligo* 26 *: subscribo* 6 *: & duo adiicio quinto ordini: quæ cum aliis faciũt* 10 *: quare subnoto* 0 *: vnitatem adiicio sexto ordini, quæ cum hac vnitate efficit* 21 *: annoto* 1 *: &* 2. *coniungo cum vltimo ordine, qui constituit* 22 *: quæ cùm in fine accidunt, ita subscribo integrè,* 22106389.

EXAMEN ADDITIONIS.

Collige omnes numeros addendos, per singulas 5

figuras discurrendo, neglecto ordine figurarum: atque interim dum excrescit numerus, abiice 9, residuum reliquis adiicito, donec omnes ita percurreris: & quod tandem post collectionem et abiectionem 9, relictum fuerit, annota: Nam si ritè operatus fueris, similis figura relinquetur, si omnes summæ numeros siue characteres colligas, atq; interim dum potes, 9 abiicias. Sufficit hoc examen discentibus, alioqui certius per Subductionem sequentem speciem effeceris operationis examen.

Addendi	9279
	389
	479
	599
	689
	779
	899
	989
	679
	289
	199
	97
	96
	112
	105
	53
	9
Summa	15462.

Si interdum (quod rarum est) ex additione vnius loci, tres figuræ prodeant, tum prima scribatur sub primis: secunda adiiciatur secundo ordini: tertia tertio.

Verùm in talibus Exemplis consultius fuerit operationē partiri in duas aut tres seorsum additiones: atque sic collectas summas particulares, deinceps

ceps

ceps in vnam coaceruare.

De Subductione siue Subtractione, II specie.

HAEC *species docet vnum numerum ex altero auferre, vt videatur reliquum, vel excessus duorum numerorum: contrà sanè quàm præcedens species.*

Vt si quispiã debeat ex mutuo mihi 30263486 aureos, soluerit autem 765432: scire cupio quantum restet soluendum. Scribe igitur minorem sub maiori, ita vt singulæ figuræ singulis respondeant, facto initio à dextris, hoc pacto.

3 0 2 6 3 4 8 6
7 6 5 4 3 2
2 9 4 9 8 0 5 4

Deinde aufer primam inferioris ex prima superioris ordinis: vt 2 ex 6, restant 4: ea subscribe. Simili modo secundam ex secunda: vt 3 ex 8, restant 5: hæc subscribe. Atque ita deinceps in finem vsque pergito. Quòd si duæ figuræ occurrant æquales, iis subscribatur 0. Vt in exemplo proposito, tertio loco 4 ex 4, restat nihil: hoc scribimus per cyphram 0. Si verò inferior figura superat valore superiorem, vt in quarto loco nostri exempli accidit, 5 enim ex 3 non possunt auferri: Id quoties euenit, auferenda inferior ex 10 semper:

quod hinc relinquitur, adiiciendum ſuperiori figuræ: ſumma hæc ſubnotanda. Verùm cautè iam obſeruandum eſt, vt vnitas adiiciatur figuræ inferiori proximè ſequenti. Atque tum deinceps ad finem ſecundum has leges progrediendum. Hoc ideo fit, quia dum ſuperior inferiori minor eſt, mutuandum aliquid eſt ex ſequenti proximè loco, nempe vnitas, quæ in propoſito loco decem valet: atque ideo facta ſubductione vnita illa ſequenti ordini inferiori additur, vt à ſuperiori auferatur. Vt quoniam quarto loco noſtri exempli, 5. non poſſunt auferri ex 3. aufero illa ex 10. reſtant 5. quæ adiicio ſuperiori, ſcilicet 3. fiunt 8. hæc ſub tribus annoto. Iam verò ſequenti inferiori addo 1. fiunt 7. quæ rurſus auferẽda ſunt ex ſuperiori, 6. ſcilicet. At quoniã id non poſſum (cùm ſit maior) ſubduco 7. ex 10. reſtant 3. quæ adiicio ſuperiori 6. fiunt nouem: ea ſubſcribo: Atque iterum eandem ob cauſam ſequenti adiicio 1. fiunt octo: quæ rurſus quia excedunt ſuperiorem numerum, aufero ex 10. reſtant duo, hæc adiicio ſuperiori, fiunt 4. quæ ſubſcribo. Iam verò ſequenti figuræ mihi adiicienda foret vnitas, ſed nulla ſequitur in inferiori ordine. quare loco tantùm ſequenti adiicienda vnitas, quæ auferenda ex ſuperiori, ſcilicet 0. ſed quid auferes inde, vbi

nihil

nihil eſt? Aufer igitur 1 ex 10, reſtant 9: quæ adde ſuperiori 0, manet 9, ea ſubſcribe. Rurſus hîc adiicienda vnitas vltimo loco inferiori: quæ ablata ex 3, ſuperiori ſcilicet numero, relinquit 2 ſubſcribẽda.

Aliud exemplum.

6002103909 7 *Numerus ex quo ſubducitur.*
29039916 *Subducendus.*

5999199918 1 *Reſiduum.*

Notandum, ſi plures fuerint numeri ſubtrahendi ab vno, tum primùm per præcedentem doctrinam illos collige in vnam ſummam: hanc aufer ex propoſito numero.

Examen ſubductionis.

Adde numerum quem ſubduxiſti ad reſiduum: quod inde producitur, æquabit primam ſummam, ſi bene fueris operatus.

Alius modus.

Vel abiice 9, quoties pòteris ex ſecundo & tertio numero, nulla habita ratione ordinis aut loci: reſiduum ſerua: ſimiliter ex ſumma prima ſeorſum reiice 9, quoties licuerit: quod tandem reſtat, æquale erit priori relicto nùmero.

Multiplicatio, tertia ſpecies.

M*Vltiplicare, eſt ex ductu vnius numeri in alterum numerum producere, qui toties ha-*

beat in se multiplicatum, quoties multiplicās vnitatem. Hoc est, multiplicare, est numerum quemcunque aliquoties aut multoties exaggerare: Vt 23 *multiplicare per* 6, *est* 23 *sexies exaggerare.*

Quoniam verò tota hæc species ex ductu Digitorū in seinuicē dependet, non fuerit ociosum, Digitorum multiplicationem ante omnia edocere. Si igitur libet colligere quantum conficiant 8 *ducta in* 9, *hoc est octies nouem, vel* 7 *in* 8, *&c. scribe Digitum vnum supra alterum, hoc pacto, deinde* (Digiti. distantiæ.) *distantiam vtriusque à* 10, *ad*

9 ╲ ╱ 1 *latus: Iam duc distantiam alteram*
8 ╳ 2 *in alteram: hoc est, pronuncia alte-*
7 ___ 2 *ram aduerbialiter cum altera: Vt bis*

vnum, efficit 2*: hæc subscribe distantiis. Tandem aufer distantiam alterius per transuersum ex altero Digito: residuum subscribe Digitis: Vt* 2 *ex* 6, *vel* 1 *ex* 8, *relinquunt* 7*: ea scribe. Itaque iam inuenisti octies* 9 *efficere* 72. *Aliud exemplum. Placet indagare sexies* 7, *quantum* (Digiti. distantiæ.) *efficiant. Dico ter* 4 *sunt* 12*: an*

6 ╲ ╱ 4 *noto* 2 *sub differentiis, vnitate serua-*
7 ╳ 3 *ta: deinde aufero* 3 *ex* 6, *aut* 4 *ex* 7*: su-*
4 ___ 2 *persunt* 3 *: quibus adiicio vnitatem*

seruatam, fiūt 4*: hinc colligo, sexies* 7, *efficere* 42. *Hæc tamen regula te fallet, nisi duo Digiti simul*

iuncti

iuncti plus decem efficiant. Verùm in illis ob summam facilitatem nulla opus est regula.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	4	6	8	10	12	14	16	18	2
Qua-		9	12	15	18	21	24	27	3
	dra-		16	20	24	28	32	36	4
		ti		25	30	35	40	45	5
			nu-		36	42	48	54	6
				me-		49	56	63	7
					ri.		64	72	8
								81	9

Tabulæ vsus.

Per Tabellam autem hanc poteris ad tempus ruditati subseruire, donec vsus te ab hac molestia liberauerit. Si enim maiorem Digitorum quæras in primo superiori ordine, minorem in dextro latere: concursus duorum ordinum indicabit numerum quem Digitus propositus in alterum ductus constituit.

Age igitur, multiplicaturus numerum quemcunque per alterum, scribe vtrunque illorum or-

dine seruato quem in Additione seruandum diximus: ita vt maior superiorem obtineat locum. Exempli gratia, 267 dies volo redigere ad horas: hoc est, multiplicare per 24: scribo vtrunque eo quo diximus ordine.

2 6 7 *deinde lineam* 2 6 7
2 4 *subtendo,* 2 4

mox duco primam inferioris scilicet 4, in primam superioris, dicens, quater 7 efficiunt 28: quoniam verò hic numerus duabus figuris notatur, scribo quemadmodum in Additione, priorem, scilicet 8, altera seruata: alioqui si vnica tantùm prodiisset figura, eam subscripsissem: Postea duco eandem primam inferioris, 4, in secundam superioris: faciunt 24: quibus adiicio 2 priùs seruata exurgunt 26: priorem huius subscribo, altera seruata: Tandem duco eandem primam inferioris numeri in tertiam superioris: fiunt 8: quibus adiicio 2 mox reseruata: prodeunt 10: quæ integrè annoto, quia ad finem perducta est operatio. Quibus actis perfecta esset Multiplicatio, si inferior numerus ex vnica tantùm constaret figura. At quoniam ex binis constat, priori cancellata siue deleta, cum altera scilicet 2, incedo eodem modo multiplicando in singulas superioris vsque ad finem.

Multi-

Multiplicandus	2 6 7	
Multiplicans	2 4	
	1 0 6 8	
	5 3 4	*adde*
Productum	6 4 0 8	

Verùm hìc obseruandum est, vt prima producti numeri collocetur non sub prima secundi, sed sub secunda, ex cuius multiplicatione productus est numerus: reliquæ per ordinem deinceps componantur. Similiter si tres fuerint, aut plures figuræ numeri multiplicātis, eas oportet sigillatim in omnes superioris ducere: productos verò numeros sub suis multiplicantibus initium facere, reliquas figuras ordine consequi: vt in exemplis patet. Demum numeri sic collocati, colligendi sunt in vnam summam, quotquot ex multiplicatione producti sunt: nō vt in Additione dictum est, primā adiiciendo primæ, &c. sed vnaquæque ad suum locū sub quo posita est colligatur: summa hinc proueniens, productus appellatur numerus, ex ductu vnius numeri in alterum.

Vt si dux exercitus debeat soluere exercitui 6 7 0 8 3 *militum, singulis* 8 *aureos: quæstio est quanta opus sit summa pecuniæ. Exurgunt quingenta triginta sex millia sexcenta sexaginta quatuor aureorum.*

6 7 0 8 3	*Milites.*
8	*Aurei singulorum.*
5 3 6 6 6 4	*Aurei omnium.*

Item placet reducere annos Christi 1536 elapsos ad dies: Quoniam quilibet annus constat diebus 365, exceptis intercalaribus, multiplico 1536 per 365, prodeunt dies 560640, præter intercalares, quos impræsentiarum omittimus.

1 5 3 6	*Anni.*
3 6 5	*Dies anni vnius.*
7 6 8 0	
9 2 1 6	
4 6 0 8	
5 6 0 6 4 0	*Dies omnes.*

Compendia aliquot Multiplicationis.

Multiplicaturus numerum quemcunque per 10, præpone multiplicando numero, 0. Vt 367 per 10, faciunt 3670. Si vero per 100 multiplicaturus es, præscribe duas cyphras: per mille, tres. Ac simili ratione in aliis, vbi vltima figura vnitas est, reliquæ cyphræ. Quòd si in his vltima non fuerit vnitas, sed vel alius ex digitis, vel plures fuerint significatiuæ: tum reiectis cyphris, quæ tum in multiplicantis, tum etiam multiplicandi initio fuerint: per significatiuas peragito operationem:

nem: facta tamen multiplicatione, numero producto totidē cyphras præscribito, quot reiecisti ex ambobus. Vt 3600 multiplicaturus per 7200, reiicio quatuor cyphras. Deinde multiplico 36 per 72, exurgunt 2592: quibus præpono 4 cyphas: fiunt 25|920|000, numerus verè productus.

```
   3 6 .
   7 2
 ---------
   7 2
 2 5 2
 ---------
 2 5 9 2|0 0 0 0|
```

Examen Multiplicationis.

Examinatur multiplicatio per diuisionem, sequentem speciem. Si enim productum ex multiplicatione numerum diuidas per alterum multiplicantium, necesse est alterum prodire. Neque est quòd aliam expectes examinandi viam. Nam aliæ vulgares & falsæ sunt, & nullo innixæ fundamento. Disce igitur prius Diuisionem quàm examini intendas.

Duplatio & Mediatio.

Solent nonnulli Duplationem & Mediationem aßignare species distinctas à Multiplicatione & Diuisione. Quid verò mouerit stupidos illos nescio, cùm & finitio & operatio eadem sit.

Duplare enim est per duo multiplicare. Mediare verò est per duo partiri. Quòd si hæ operationes

ſint diſtinctæ, infinitæ iam nobis exorientur ſpecies, triplatio, quadruplatio, &c. Sed ſatis de illis.

Diuiſio, quarta ſpecies.

DIuidere eſt numerum quemcunque in quotuis partes partiri: quod alij ſic finiunt, Diuidere, eſt numerum producere, qui toties vnitatem complectatur, quoties Diuidendus Diuiſorem. Numerum enim propoſitum, quem partiri volumus, Diuidendum appellamus. Numerus verò per quem Diuiſio perficienda eſt, Diuiſor appellatur: is eſt, qui partes denotat in quas alterum diuidere volumus. Vt 24 per 6 diuidere, eſt 24 in ſex partes ſecare. Dicetúrque hîc 24 Diuidendus: 6, Diuiſor: 4, Productum, ſiue productus numerus.

Praxis. Scribe Diuidendum ſuis characteribus, loco ſuperiori: Diuiſorem ſub illo, contrario atque hactenus docuimus ordine: vltimam figuram ſub vltima collocando, penultimam ſub penultima, & reliquas eodem ordine, facto initio à ſiniſtris.

8 6 2 8 *Exemplum primum.*
2 8 *Diuiſor.*

Si tamen vltima Diuiſoris ſiue inferioris figura excedat vltimam Diuidendi: conſtitues vltimam

mam Diuisoris sub penultima Diuidendi: reliquas (si quæ sint) ex ordine.

8 6 2 8	*Exemplum alterum.*
9 2	*Diuisor.*

Quibus exactis, vide quoties Diuisor habeatur in numero suprascripto: Quod vt facile fiat, quando Diuisor est duarum vel plurium figurarum: facies quæstionem non de toto Diuisore, sed de sinistra tantùm figura. Vt si diuidendi sint 433656 aurei 72 hominibus: primum non colloco 7 sub 4, quoniam vltima Diuisoris, scilicet 7, excedit vltimam Diuidendi, scilicet 4: sed sub 3: deinde binarium reliquum. Iam inquirendum quoties 72 in 433: is enim numerus est suprascriptus: Quod vt facile colligã, dico quoties 7 in 43, numero scilicet suprascripto. quoniam ergo sexies reperies contineri, scribo 6 ad dextram post curuam lineam siue lunarem. Ea multiplico in totum Diuisorem: exurgunt 432, scribenda sub Diuisore, primam ponendo sub prima Diuisoris, reliquas ex ordine deinceps. Deinde aufero eundem hunc numerum ex superiori diuidendi numero: reliquum supra eundem Diuisorem annoto, vt patet in exemplo.

ø ø 1
4 3 3 6 5 6
7 2 *Diuisor* (6
4 3 2

Hæc ergo vna operatio Diuisionis, quam si recte intellexisti, nihil est quod te remoretur in tota reliqua diuisione. Oportet autem post vnamquamque huiusmodi operationem, minorem restare numerum supra Diuisorem, quam sit Diuisor ipse.

Perfecta igitur vna tali operatione, si plures restant figuræ Diuidendi numeri versus dextram, à quibus non fuit facta subtractio: transfer Diuisorem vno loco deinceps versus dextram: ita vt iam vltima Diuisoris eam occupet sedem, quam antea penultima obtinuit: aut breuius, vt quælibet figura vno loco dextram versus transferatur.

1
4 3 3 6 5 6 (6
7 2

Deinde iterum vt prius inquiratur quoties Diuisor in numero suprascripto cõtineatur, facta vt antea quæstione de vltima figura Diuisoris. Numerus is ascribatur priori figuræ ad dextram, quam intra lineam lunarem secludi iußimus: quæ etiam ducatur in Diuisorem: & productus

numerus

numerus à superiori auferatur, non aliter quàm antea dictum est.

Atque eo ordine & modo pergendum est diuidendo, multiplicando & auferendo, donec prima Diuisoris perducta fuerit ad primam Diuidendi: sub qua, facto huiusmodi processu post subtractionem, cessabit Diuisionis operatio. Nam numerus qui post lunarem lineam cõtinetur, indicabit quoties Diuisor in Diuidendo numeretur. Hinc et inualuit, vt hic numerus, Quotiẽs appellaretur apud vulgares. Verùm hîc notandũ, si quando post trãslationem Diuisoris, hic in Diuidendo numero suprascripto, nullo modo cõtineatur (quod fit dũ minor est) tum scribẽda est cyphra post lineã curuam siue (vt dicunt) in Quotiente: & tum transferẽdus rursus Diuisor ad proximum locum: atque ibi operandum, vt iam dictum est.

Vt in præscripto exemplo, post translatum Diuisorem quærimus quoties 72 in 16, vel quoties 7 in vno suprascripto: At cum non semel habeatur, noto cyphram apud 6 in Quotiente.

0 0 1

4 3 3 6 5 6 (60

7 2

Atque rursus translato Diuisore, quæro quoties 7 in 16. quoniam verò bis habetur, noto 2 apud

alias notas post lunarem lineam positas, factáque multiplicatione & substractione. Et tandem

0 0 1 2 1
4 3 3 6 5 6
7 2 (602
1 4 4

translato Diuisore, quæro quoties 7 in 21. scribo 3 apud reliquas notas Quotientis: factáque multiplicatione & substractione, nihil restat.

0 0 1 2 1
4 3 3 6 5 6
7 2 (6023
2 1 6

Sed neque illud præterundum, si interim ex multiplicatione Digiti iam scripti post lineã lunarem, in Diuisorem, plus exurgat, quàm supra Diuisorem scribitur: tum delendus erit ille Digitus, et scribendus vnitate minor: ídque eousq; faciendũ, donec ex multiplicatione, numerus minor superiori euadat, vel æqualis. Vt si velim diuidere 200 aureos per 38 quæro quoties 3 in 20. scribo igitur primum 6. Sed quoniam sexies 38, scilicet 228, plus valent quàm 200: deletis 6, pono in locum eorum, 5: quæ multiplicata per 38, efficiunt 190. Hunc ergo numerum, quoniam minor est superiori, aufero ab ipso residuum suprasignando, reliquáque perficiendo, vt antea diximus.

```
  1
2 0 0
  3 8            (6 5 10/38
-------------------------
1 9 0
---------------------------------
1 2 5            (20 5/6.
  6 6
```

Si igitur nihil post huiusmodi diuisionem restiterit, integrè factam esse partitionem significat: Sin aliquid residuum fuerit, illud supra Diuisorem ascribas post numerum Quotientem, interiecta per medium linea. Vt si diuidam 125 per 6, restabunt 5: quę sic adnoto post numerum productum (20 5/6. Quid verò huiusmodi numerus significet, dicetur in fractis.

Exemplum igitur cape tale: Proponuntur 7336268 dies, quęritúrque quot conficiant annos Aegyptios: Diuido igitur propositum numerum per 365 dies vnius anni: proueniunt 20099 anni, & 133 dies. Operationem verò diligenter perspice quam adscripsimus.

```
      1 3
0 0 0 3 4 2 3
7 3 3 6 2 6 8      (20099. 133/365
------------------
3 6 8 3 6 5
  3 6 8 3 6 5
    3 6 5
```

Compendia aliquot Diuiſionis.

Diuiſurus quemcunque numerum per 10, *aufer ex dextera parte vnicam, eámque primã figuram, reliquæ enim figuræ, productum oſtẽdunt: ablata, reſiduum. Vt* 3708, *diuidendo per* 10, *exurgunt* 370*: reſtántque* 8. *Simili ratione diuidens per* 100, *aufer duas primas dextras tanquam reſiduas: per mille, tres: per* 1000, *quatuor: atque deinceps, ſi vltima fuerit vnitas, reliquæ cyphræ.*

Examen. *Facturus periculum recténe an ſecus peracta res ſit, multiplica numerum productum, ſiue (vt vocant) Quotientem per Diuiſorem: ſummæ, ſi quid poſt diuiſionem ſupererat, adiice: Prodibit enim, ſi bene res habet, numerus diuidendus.*

De Mediatione, ſiue per duo ſectione.

Mediationis operationẽ finitio ipſa indicat: Eſt enim per duo partitio, quare hîc præter exemplum nihil adiecero.

Mediatio.

1 1 1
4 3 6 7 2 1 3 6 (21836068
2 2 2 2 2 2 2 2

Hæ ſunt igitur quatuor illę ſpecies Arithmetices, per quas omnia quæcumque deinceps dicenda ſunt,

da sunt, vel quæ per numeros fieri possibile est, absoluuntur. Quare eas, quisquis es, ante omnia perdiscas.

De Progressione.

Progreßionis in hoc loco vsum non reperio alium, quàm additionis compendium, Habet tamen haud contemnendam vtilitatem, cùm in quæstionibus variis, tum maximè in Geometricis considerationibus: vbi variæ ex Progreßionum natura conficiuntur regulæ. Verùm nos instituti rationem habentes nostri, breuißimis totum absoluemus negotium. Progreßio igitur ordinata, numerorum plurium series vocatur. Ordinata autem erit, si æqualibus excessibus se mutuò per ordinem excesserint numeri:Vt 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11, *&c.Item* 6,7,8,9,10,11,12:*Vel* 2,4,6,8,10.*Item* 5,8,11, 14,17.*At talis Progreßio, Arithmetica nominatur. Si verò per similem numeri incedunt proportionem siue rationem,hoc est, vt quilibet præcedentem proximè toties complectatur, quoties secundus primum:tum huiusmodi Progreßio, Geometrica appellatur: Vt* 3, 6, 12,24,48,96,192. *Hic igitur quilibet numerus proximè præcedentem bis continet: in sequenti,*

quater, 1, 4, 16, 64, 256, 1024. *In progreßione igitur Arithmetica omnium numerorum summa sic colligitur per cōpendium. Primo quot sunt numeri addendi vide: numerum hunc nota: Deinde primum Progreßionis postremo adiice: summā hāc itidem nota. Duc igitur dimidium alterius horum numerorum in alterum, prodibit omnium summa: Vt* 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46. *Hîc sunt* 11 *numeri: Primus verò cum vltimo, hoc est,* 6. *&* 46, *constituunt* 52. *Per dimidium huius, nempe* 26. *multiplico* 11: *prodeunt* 286. *atq; hæc est summa omnium. Itidem* 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24. *Hîc* 8 *sunt numeri Progreßionis: primus cum postremo* 27 *conficiunt: quæ multiplico per* 4, *dimidium scilicet ipsius numeri reliqui: fiunt* 108 *summa omnium.*

Potest quoque postremus Progreßionis cognosci absque mediis hoc modo. Libet colligere summam 100 *numerorum ternario auctorum, facto initio à* 10, *quæritur summa. Igitur quoniam primus est* 10, *reliqui* 99, *& numeri ternario addito excrescunt: Multiplica* 99 *per* 3, *exurgunt* 297: *quæ adde primo, fiunt* 307. *Hic est vltimus progreßionis numerus. Hunc igitur adde primo, fiunt* 317: *quem numerum duc in dimidium omnium numerorū, hoc est in* 50: *colliguntur* 15850, *quæ est summa*

ma 100,*numerorum ternario ascendentium,à denario facto initio.Econtra vero, dato primo Progressionis numero, & postremo similiter, itémque excessu cognito:multitudo numerorum Progressionem constituentium sic colligetur. A postremo aufer primum,residuum partire per excessum:ostẽdit huiusmodi operatio,quot sint numeri Progressionis præter primum.Vt in exemplo præcedente sit primus Progressionis,* 10*:postremus* 307*:excessus,* 3. *Aufer* 10 *ex* 307*:restant* 297 *: quæ diuide per* 3*: prodeunt* 99*:tot sunt numeri Progressionis præter primum:itaque omnes erunt* 100.

Iam vero ad progressionem Geometricam venientes, sic colligemus summam plurium numerorum aliqua proportione procedentium, hoc est, continua multiplicatione vnius numeri productorum. Postremum igitur Progressionis numerum multiplica per eum,per quem reliqui multiplicando procreati sunt,& vnde proportio Progressionis nomen habet:à producto hoc,aufer primum Progressionis numerum:residuum deinde partire per numerum vnitate minorem,quàm is est per quem multiplicasti:sic colligetur omnium summa. Vt 2,6, 18,54,162,486,1458,4374,13122*:postremum omnium multiplica per* 3 *(vt reliquos multiplicatos vides) fiunt* 39366.*hinc aufer primum,relin-*

quuntur 39364:hunc numerum partire per 2, qui est numerus vnitate minor ternario.est ergo summa omnium, 19682.In proportione dupla, diuisione non est opus: quia vnitas non diuidit. At quoniam tædiosum est omnes illos numeros Progressionis per multiplicationem vsque ad vltimum producere, subiiciam & huius negotij compendium.

Primum multiplica per ordinē, aliquot Progressionis numeros, quibus in ordinem digestis, subscribe naturali serie numeros, facto initio sub secundo: sub primo verò scribe 0, vt vides in exemplo annotato.

3.	9.	27.	81.	243.	729.
0	1.	2.	3.	4.	5.

Ex his paucis breui in infinitum quasi progredi licebit. Si enim duos quoscunque ex his numeris inuicem multiplicaueris, productúmque per primum diuiseris: producetur numerus eo loco ponendus, quem duo numeri subscripti numeris multiplicatis, additione facta indicabunt. Vt si 729, per 243, multiplicaueris, consurgent 177147: quæ per primum, hoc est 3, diuisa, eliciunt 59049. Hic est numerus nono loco ponendus, eo ordine quo numeri subscripti sunt: ídque propterea quòd numeri subscripti duobus multiplicatoribus 4, & 5, efficiunt 9, simul additi. Hunc numerum postremò inuentum si in

seipsum

ſeipſum duxeris, & productum per primum diuiſeris, elicies numerũ decimo octauo loco ponẽdum: quia 9 & 9, efficiunt 18. Sic quoque ſi 729 in ſe duxeris, ac vt diximus, diuiſeris per primum: producetur numerus decimus à ſecundo, quia ei ſubſcribantur 5: quæ bis accepta, faciunt 10. Quando autem primus progreſsionis numerus vnitas eſt, tum diuiſione per primum non eſt opus, vt quiuis facile collegerit.

Eſt & aliud compendium harum Progreſsionum. Si enim primum numerum multiplicaueris per numerum proportionis in ſe ductum ſemel, ac ſi deinceps per eundem multiplicantẽ progreſſus fueris, produces numeros Progreſsionis alternis locis ponendos. Item ſi numerum proportionis bis in ſeipſum duxeris, ac per hoc productum, quod cubum vocamus progreſſus fueris, habebis numeros ternis locis ponendos. Exempli gratia, Volo in proportione ſiue habetudine tripla, progredi citò, facto initio à 4. Igitur 3, numerum proportionis multiplico in ſe, fiunt 9: atque hunc numerum rurſum per 3 multiplico, fiunt 27. Igitur ſi 4 per 27 multiplicauero, fiet 108, numerus tertio loco ponendus à ſecundo. Quòd ſi eundem hunc rurſum per 27 duxero, fient 2916, numerus ſexto loco collocandus à ſecundo, hoc eſt, ſeptimo à primo. Eodem

modo, si 3 in se ter duxero, fient 81: per hunc si progressus fuero, multiplicando et reliquos productos, producam numeros quarto, octauo, duodecimóque loco ponẽdos: hoc est, tribus semper intermißis Progreßionis numeris. Sic igitur facile ad ultimum Progreßionis numerum deueniemus, summámque omnium ex præscripta via colligemus.

De regula proportionum, siue Trium Numerorum.

Solent alij post species istas prædictas, ingerere discentibus mox alias species, Fractorum, siue Minutiarum: ingenia ipsorum præceptis sine usu obruentes. Mihi satius visum est, mox usum specierum qualemcumque per regulas indicare, ne recens iacta fundamenta sine usu collabãtur. Huic igitur rei maxime quadrabit Regula illa nũquam satis laudata, Proportionum, siue Regula Trium. Quæ ideo hoc nominis habet, quòd ex tribus cognitis numeris, quartum ignotum doceat elicere. Res breuis est & facilis, usus immensus, cum in usu communi, tum in Geometria ac reliquis artibus Mathematicis.

Praxis igitur talis est: Multiplica tertium per medium: quod hinc exurgit, partire per primum: numerus ex diuisione surgens, ostendet numerum

rum quem inquirebas. Quod si rationem huius rei cupias, vide Euclidis decimam nonam septimi, & alias eo pertinentes.

Vt si talis proferatur in medium quæstio, Pro tribus mensibus soluendi sunt 20 aurei, quot oportebit soluere per 9 menses? Duc 9 per 20, fiunt 180, quæ diuide per 3, prodeunt 60 aurei, soluendi pro 9 mensibus.

Menses	Aurei	Menses
3	20	9
	9	
	180	
	3	(60 aurei.

Artificium verò magis consistit in collocandis ordine numeris, quàm operatione: quod hac via facile fit: Cùm tres sint semper cogniti numeri, vnus tantùm habet quæstionem sibi annexam, hic semper tertius esto: Primus verò erit numerus alter, qui de eadem est re: Secundus, siue medius, qui relinquitur.

Exempli gratia, facta quæstione, 7 vlnæ panni constant 13 aureis, quot vlnas emero pro 39 aureis? Tertius erit hoc exemplo numerus 39: quòd huic quæstionis nota adiiciatur: Primus igitur ac Diuisor, 13, quoniam eandem rem cùm tertio, scilicet aureos, denotat: Medius 7, quem duc in 39,

exurgunt 273. Hunc numerum si per 13 partiaris, habes 21 vlnas pro 39 aureis.

Aurei	Vlnæ	Aurei
13	7	39
	39	
	273	(21 vlnæ.
	31	

Oportet igitur primum numerum cum tertio eiusdem esse rei & nominis, vt si talis quæstio fiat, Per annum exoluo 80 aureos, quantum 7 diebus? non recte collocati sunt numeri, eo quòd primus maioris temporis sit quàm vltimus. Oportebat igitur dixisse: 365 diebus persoluo 80 aureos, quot 7 diebus? Aut, 52 hebdomadis expendo 80 aureos, quot vna? necesse est enim vtrobique vel annos, vel dies, vel quancunq; eiusdem nominis rem per numerum denotari.

8 *Collocatis numeris ordine præscripto, si diuidas tertium per primum, Quotientem multiplices per medium: idem prodibit ac si priori modo fuisses operatus. Quare poteris etiam hac via periculum facere, num bene operatus fueris.*

	23	48	69
		3	23
productus		144	(3

Item si diuidas secundum per primum, quotientem

tientem ducas in tertium, idem etiam prodidit. Vt 22 dant 66, quantum 106? diuide 66 per 22, exeunt 3: quæ duc in 106, prodeunt 318. Rursus si vides primum & secundum diuidi posse facile per aliquem tertium: pone Quotientes ipsorum loco primo, & secundo, tertio non variato: fiet hac via facilis operatio.

12	36	367
	pone	
2	6	367

Vel demum si primus cum tertio, communem diuidentẽ admittunt, repone Quotiẽtes huiusmodi loco ipsorum, medio non euariato, reliquam deinde prosequens doctrinam Regulæ.

Huiusmodi multa collegerit facile, qui in demonstrationibus Geometricis fuerit mediocriter versatus. Quæ verò discentibus sat esse putaui, non piguit adiicere: per quæ & operari, & operationem confectam examinare licet. Si enim per varias huiusmodi dictas vias ad eundem attigeris scopum, recte operationem te instituisse audacter credas.

Secunda pars de Fractionibus siue Minutiis.

F*Ractiones, minutias aut partes appellamus numeros integræ rei partes significantes: vt* $\frac{1}{2}$,

ſemiſſem ſignificat, $\frac{1}{4}$. Quadrantem ſiue quartam partem: $\frac{3}{4}$ Dodrantem, aut tres quadrantes. Scribuntur duobus numeris: ſuperiorem numeratorem inferiorem, Denominatorem appellant: hunc quòd denotet, quot in partes Integrum ſecari oporteat illum, quia quot huiuſmodi ſumendæ ſint particulæ numeret. Veluti $\frac{3}{7}$, hic inferior denotat Integrum diuidendum in 7: ſumendas tamen tantùm tres ſeptimas innuit ſuperior. Cùm igitur duo hi fuerint æquales, Integrum tantùm denotat: vt $\frac{12}{12}$. Cum ſuperior maior eſt, plus Integro: cum minor eſt, minus integro ſignificat. Quantùmque in ſumma, ſuperior ab inferiori abeſt: tantùm ab Integro minutiæ ſuperantur.

Sunt etiam Fractionum, vt vocant, Fractiones, ſiue Minutiæ Minutiarum, quæ rarius occurrunt: Scribuntur autem per plures ſimplices minutias, vt $\frac{3}{4}\frac{1}{2}$, ſignificant tres quadrantes ſemiſſis, vel dimidium dodrantis.

1	2	3	4	5	6	7	*Integrum.*
1	2	3	$\frac{6}{7}$				
1	2	3	4	$\frac{2}{3}$			
	$\frac{2}{4}$						

Item $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, hoc eſt tres quartæ duarum tertiarum

rum ex 6 ſeptimis, hoc eſt Integri diuiſi in 7, cape 6 particulas, quas rurſus ſeca in tres: harum accipe duas, quas diuide in quatuor, tandem tres huiuſmodi ſignificantur particulæ.

Quotieſcunque igitur tales occurrerint, mox ad ſimplices reducito priuſquàm aliud quippiam cum illis agas, hoc pacto, Multiplica primum ſuperiorem in ſecũdum, & ſi plures adſint, productum in tertiam: ſummã ſuperiori loco ſcribe. Similiter primum inferiorem duc in ſecundum, productum in tertium: ſummã ſubſcribe priori ſummæ interpoſita lineola, vt in exẽplis prioribus $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, faciunt $\frac{3}{8}$ tres octauas integri. Item $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, duc 3 in 2, exeunt 6, quæ duc in tertium, ſcilicet 6: fiunt 36, quæ pone hoc pacto $\frac{36}{}$: deinde 4 in 3: fiunt 12, quæ duc in 7, exurgunt 84, ea ſubſcribe aliis, ſic $\frac{36}{74}$ hoc eſt, 36 octogeſimæ quartæ.

Fractiones quæ plus Integro valent, reduces ad Integra, diuidendo Numeratorem per Denominatorem, quotiens integra valet: reſiduum ſupraſcribe Diuiſori ſiue Denominatori, vt $\frac{806}{7}$ valent 115 & $\frac{1}{7}$.

Integra contrà cõuertes in partes, multiplicando numerum Integrorum per denominatorem partium: Vt 64, reduces in quadrantes: ſi multiplicaueris 64 per 4, exurgunt $\frac{256}{4}$.

At si integris Minutiæ annexæ sint, eas in vnam Fractionem sic colliges: Multiplica Integrorū numerum per Denominatorem Fractionis annexæ: producto adiunge Numeratorē Fractionis annexæ: habes numeratorem Fractionis, subscripto eodem Denominatore, vt 23 & $\frac{2}{3}$, valent $\frac{71}{3}$. Nam ter 23 valent 69, quibus adiicio 2. Hæc res vsui est in Multiplicatione & Diuisione, & Regulis sequentibus vt facilior fiat operatio.

Cùm verò Fractionum numeri nihil significent, nisi secundum proportionem superioris ad inferiorem: fit vt pluribus numeris eadē res notetur: commodissimum tamē est, quàm minutissimis scribi numeris. Si igitur maioribus numeris scriptam Fractionem, placet minutissimo quàm potest fieri numero exprimere: inquire numerū quemcunque qui ambos, superiorem scilicet & inferiorem, ita exactè diuidat, vt nihil supersit: Quotientes enim tales idem cum priori significant. Vt $\frac{9}{12}$ diuide 9 per 3: exeunt 3: Item 12 partire par 3: exurgunt 4. Dicimus igitur $\frac{3}{4}$ idem valere cum $\frac{9}{12}$. Si verò ob imperitiam numerum hunc diuidentem non potes inuenire: aufer ergo minorem ex maiori, deleto illo à quo fit subtractio: rursúsque minorem propositorum à maiori, donec fiant duo numeri pares: Qui sanè indicant numerum, per quem ambo diuidi

diuidi habent, vt ad minimam deueniant proportionem. Istius rei doctrina pendet ex prima septimi Euclidis. Exempli gratia, $\frac{27}{81}$, aufero 27 ex 81, restant 54: hinc rursus 27, restant 27. Si ergo diuidas vtrunq; per 27, prodit $\frac{1}{3}$: quæ idem valet cũ $\frac{27}{81}$, cùm sit eadem proportio superioris ad inferiorẽ. Item $\frac{27}{63}$, aufer 27 ex 63, restant 36: hinc aufer 27, restant 9: quæ aufer ex 27, restant 18: hinc deinde 9, restant 9. Diuide igitur $\frac{27}{63}$ per 9: videbis $\frac{3}{7}$ idem valere cum $\frac{27}{63}$.

• Compendium, Si & superiori & inferiori adsint initio Cyphræ, abiice illas: $\frac{200}{500}$ enim non plus valent nec minus quàm $\frac{2}{5}$: Et $\frac{300}{870}$ valent $\frac{30}{87}$. oportet enim vtrique æquè multas adimere Cyphras. $\frac{10}{20}$ valent $\frac{1}{2}$.

Valorem Fractionis in quocunque Integro sic inuenies, Multiplica superiorem per partes integri notas: productum partire per inferiorem: videbis quot huiusmodi notas partes valeat Fractio. vt quoniã priscis Romanis Libra valebat 48 Aureos, quorum singuli æstimati erãt ad 25 Denarios: volo scire quantum valebant $\frac{3}{5}$ vnius Libræ. Multiplico igitur 48 per 3, fiunt 144: quæ diuido per 5: Colligo igitur 28 Aureos & $\frac{4}{5}$ Aurei. Ideóq; rursum multiplico 25 per 4, productúmq; diuido per 5, sic colligo 20 Denarios. Vnde pronũ-

cio, $\frac{3}{5}$ vnius Libræ apud Romanos, valuisse 28 aureos & 20 denarios. Eodem modo colliges & apud nos $\frac{3}{4}$ dimidij Angelati, &c. (vt vocant) quot Solidos valeant. Multiplica 3 per 5, cùm tot sint nummi Solidi dicti in dimidio Angelati, exurgunt 15: quæ partire per quatuor, habet 3 Solidos & $\frac{3}{4}$ Solidi. Iterum multiplica 3 per 12 Asses siue stuferorum semisses, aut (vt nostri vocant) Grossos, quæ Solidum efficiunt, exurgunt 36, quæ partire per 4, habet 9 Grossos. Similiter si alia proposita sit moneta, vel res quæcunque, per valorem eius notum, agendum vt diximus.

Reductio ad eandem Denominationem.

Partes variæ Denominationis non possunt commode adinuicem addi, neque abinuicem auferri, vt tertiæ partes cum quartis partibus, quemadmodum diuersorum numismatum numeros in vnam summam non colligimus. Oportet igitur ante Additionem & subductionem, partes variè denominatas ad eandem Denominationem reducere: Quod sic fit.

Sint exempli gratia, $\frac{2}{3}$ addendæ cum $\frac{4}{5}$, Multiplica denominatores inuicem: vt 3 in 5, fiunt 15, qui erit Denominator cõmunis vtriusque Fractionis. Deinde duc Numeratorẽ primæ Fractionis in Denominatorem secundæ, scilicet 2 in 3, fiunt

fiūt 10:prodit Numerator primæ Fractionis. Itidem duc Numeratorem secundæ in Denominatorem primæ, scilicet 4 in 3, fiunt 12, Numerator secundæ Fractionis. Igitur $\frac{2}{3}$ & $\frac{10}{15}$ idem valent: similiter $\frac{12}{15}$ cum $\frac{4}{5}$ Ac iam sunt reductæ in eandem Denominationem, scilicet decimasquintas. Atque hic Canon generalis est, habétque suum robur ex 17 septimi Euclidis.

Praxis $\frac{2}{3}$ ╳ $\frac{4}{5}$

Valent

$\frac{10}{15}$ $\frac{12}{15}$

Si fortè Denominator alterius continetur aliquoties exactè in altero Denominatore maiore, vide quoties id fiat: Vt $\frac{3}{4}$ cum $\frac{5}{12}$, hîc 4 in 12 continentur ter. ergo per 3 multiplica Numeratorem Denominatoris minoris, scilicet 3, fiunt 9: quæ pone pro Numeratore, subscripto maiore Denominatore. Dico igitur $\frac{9}{12}$ idem valere cum $\frac{3}{4}$: & iam habere eandem Denominationem cum $\frac{5}{12}$. Rursus si alter alterum non contineat aliquoties exactè, attamen ambo in tertio continentur numero, Vt $\frac{5}{12}$ cum $\frac{7}{18}$, hic 12 & 18, se mutuò non continent exactè, sed vterque continetur in 36. Tum vide quoties prior Denomina-

$\frac{3}{4}$ $\frac{5}{12}$

Valent

$\frac{9}{12}$ $\frac{5}{12}$

tor continetur in tertio, 36: & per Quotientem multiplica Numeratorem eiusdem Fractionis, scilicet 5 per 3, fiunt 15, Numerator prioris Fractionis. Simili ratione vide quoties alter Denominatorum continetur in tertio, scilicet 18 in 36: per quotientem, 2 scilicet, multiplica Numeratorem alterius Fractionis, 7: exurgũt 14, Numerator alter, seruato tertio numero, 36, pro Denominatore cõmuni. Fient itaque $\frac{5}{12}$ & $\frac{7}{18}$: $\frac{15}{36}$ & $\frac{14}{36}$.

$\frac{5}{12}$	$\frac{7}{18}$
Valent	
$\frac{15}{36}$	$\frac{14}{36}$

Additio Minutiarum.

Si Denominatores sint dissimiles, reduc eos ad eundem Denominatorem: deinde adde in vnam summam Numeratores, subscripto Denominatore communi. Vt $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ efficiant $\frac{5}{7}$. Item $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{12}$ faciunt $\frac{14}{12}$. Si plures sint Fractiones, adde primùm duas: summæ adde tertiam. Vt $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ cum $\frac{4}{5}$, primùm $\frac{2}{3}$ cum $\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{17}{12}$: cum his iunge $\frac{4}{5}$: fiunt $\frac{133}{60}$, hoc est 2, Integra & $\frac{13}{60}$.

Subtractio.

Vt in additione, fac sint similes Denominatores: tum aufer Numeratorem minorem ex maiori: residuo subscribe Denominatorem eundem, Vt $\frac{3}{7}$ ex $\frac{6}{7}$, restant $\frac{3}{7}$. Item $\frac{7}{24}$ ex $\frac{5}{12}$, restant $\frac{1}{6}$.

Minutias

Minutias ex Integris auferendi modus.

Fractiones ex Integris auferes, si prius vnitatē integri fregeris in partes: Vt $\frac{3}{7}$ ex 9 integris, restāt 8 $\frac{4}{7}$. Nam vnum Integrum valet $\frac{7}{7}$: deinde aufero $\frac{3}{7}$, restant $\frac{4}{7}$ cum 8 Integris.

Multiplicatio.

Duc Numeratorem in Numeratorem: & Denominatores similiter in inuicem, quod ex multiplicatione Numeratorum prouenerit, erit Numerator, reliquum ex multiplicatione Denominatorum, Denominator. Vt $\frac{5}{7}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicando, proueniunt $\frac{15}{28}$.

Si Fractiones in Integra ducere placuerit, duc Integra in Numeratorem Fractionis, subscripto eiusdem Denominatore. Vt $\frac{5}{12}$ ducendo in 20, producunt $\frac{100}{12}$, hoc est 8 $\frac{1}{3}$.

Diuisio.

Multiplica Numeratorem diuidendi numeri 12
per Denominatorem Diuisoris, prouenit Numerator, contrà Denominatorem diuidendi per Numeratorem Diuisoris, exurgit Denominator. Veluti diuidēdæ sunt $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, duc 2 in 5, fiunt 10. Simili- 13
ter 3 in 4, efficiunt 12. Sunt ergo $\frac{10}{12}$, siue $\frac{4}{6}$. Si Denominatores sunt similes, diuide Numeratorem diuidendi per alterū. Vt $\frac{27}{32}$ diuidens per $\frac{3}{32}$, produces 9. Si Numeratores fuerint pares, tūc Denomi-

natorem Diuiſoris ſuperſcribe Denominatori diuidendi. Vt $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{8}$ faciunt $\frac{8}{4}$, hoc eſt, 2. Contrà, $\frac{3}{8}$ per $\frac{3}{4}$, efficiunt $\frac{4}{8}$, ſiue $\frac{1}{2}$. Si alter Numeratorum alterum aliquoties continet, per illum Quotientem multiplica Denominatorem minoris Numeratoris: productum erit Numerator, ſi minor Numerator fuerit Diuiſoris: ſi diuidendi, Denominator: reliquus numerus qui minutias perficiet, erit Denominator maioris Numeratoris. Exempli gratia, $\frac{3}{5}$ diuidendæ ſunt per $\frac{12}{13}$: quoniam 3 in 12 continentur quater, multiplica 5 per 4, ſunt 20 Denominator, Numerator verò 13, & proueniunt $\frac{13}{20}$. Contrà, ſi $\frac{12}{13}$ diuidas per $\frac{3}{5}$, exurgunt $\frac{20}{13}$.

$\frac{3}{5}$ per $\frac{12}{13}$ fiunt $\frac{13}{20}$

Huiuſmodi plura licet inuenire compendia, ſed diſcentibus hæc ſufficiant. Si vel Integra per Fractiones, aut contrà, has per illa diuidere placeat, ſubſcripta Integris vnitate, operare tum multiplicando, tum diuidendo, ac ſi fractiones eſſent, Vt 7 per $\frac{3}{4}$ diuidendo, exeunt $\frac{28}{3}$, hoc eſt 9 $\frac{1}{3}$. Contrà $\frac{3}{4}$ per $\frac{7}{1}$ diuidens, elicies $\frac{3}{28}$. Si Integra cum Fractis occurrant, ea primùm in vnam Fractionem reducito per Canones Reductionum.

Regula Trium in Minutiis.

Collocatis

Collocatis (vt paulò ante Fractionum tractatum docuimus) tribus numeris: vt quartum elicias ignotum, multiplica tertium in secundum: productum diuide per primum: producetur quæsitus & ignotus numerus: obseruatis omnibus quæ illic obseruanda diximus.

Exempli gratia $\frac{3}{4}$ *vlnæ væneunt* $\frac{2}{3}$ *aurei, quanti emam* $\frac{5}{6}$ *vlnæ? Multiplica* $\frac{5}{6}$ *per* $\frac{2}{3}$ *proueniunt* $\frac{10}{18}$, *siue* $\frac{5}{9}$*: has diuide per* $\frac{3}{4}$*: exurgunt* $\frac{20}{27}$. *Quantum verò hæ valeant in vnoquoque genere docuimus antea inuestigare. Si aliquo loco fuerint integra, sola ipsis subiecta vnitate, similis erit operatio cum Minutiis. Veluti* $\frac{10}{1}$ *vlnæ emuntur* $\frac{12}{1}$ *aureis, quanti* $\frac{15}{4}$*? Multiplica* $\frac{12}{1}$ *per* $\frac{3}{4}$*: erunt* $\frac{36}{4}$, *siue* $\frac{9}{1}$*: quæ diuide per* 10*: erunt* $\frac{9}{10}$ *aurei.*

Si Fracta cum Integris occurrant, ea ad vnam Fractionem reducito per regulas reductionum.

Si verò plures concurrant vno in loco, veluti si vno anno cum tribus mensibus & tribus hebdomadis, expendo 200 *aureos, quantum debeo pro* 7 *mensibus? Tum omnes illas res reducito ad minimam omnium. Veluti hoc in loco ad hebdomadas, sumendo pro anno* 52 *hebdomadas: pro tribus mensibus,* 12*: quibus adiunge* 3*, fient* 67 *hebdomadæ. Simili ratione fac ex* 7 *mensibus* 28 *hebdomadas: Ac tum reliqua perfice pro regulæ forma.*

REGVLA TRIVM Euerſa.

*IN præcedentibus omnibus exemplis ac aliis in-
finitis, ſemper ea eſt ratio quarti numeri ad ter-
tium, quæ eſt ſecundi ad primum. Atque ideo quã-
to tertius maior fuerit, tanto & quartus. In qui-
buſdam verò exemplis, contraria penitus ratio eſt:
ita vt quanto tertius maior fuerit, tanto quartus*
14 *minor euadat. Veluti ſi modius tritici væneat* 5
*aureis, tum pendet panis vnius Stuferi, quatuor li-
bris: quæſtio eſt, quantum deprimet panis eiuſdem
precij, dum eadem menſura tritici valet tantùm* 3
aureos? Item, Emit quidam 20 *vlnas panni latitu-
dinem habentis* 2 *vlnarum: in quæſtionem voca-
tur, ſi velit ſubducere aut tunicas, aut aulæa, quot
vlnis opus ſit alterius panni, habentis latitudinem
trium vlnarum. Vides manifeſtè in priori exem-
plo, quanto minoris venit triticum, tanto plus
deprimet panis. Atque in altero, quanto latius
fuerit alterum panni genus, tanto minus opus ha-
bes ad ſubducendum.*

Simile eſt huic, Quidam obſeſſus exercitus
3000 *militum, habet quo viuat ad* 7 *menſes: ve-
rùm ſpes nulla eſt ſolutionis obſidionis ante an-*

num:

num: quæstionem ergo moueo quot milites dimittet Dux, ut reliquis sufficiat ad anni calcem, & quot secum retinebit? Nam & hic quanto longius tempus fuerit, tanto minori militum numero sufficiet victus.

In his ergo atque similibus, ut est Euersa ratio, ita contrarius operandi modus. Multiplica ergo primum in secundum, productum diuide per tertium. Vt in tertio exemplo, duc 7 *menses in* 3000, *prodeunt* 21000*: quæ diuide per* 12 *menses, hoc est, annum: exurgunt* 1750 *milites, quibus tantùm sufficiet victus idem ad annum. Reliqua sunt facilia.*

PARS TERTIA DE Regulis vulgaribus.

EX una hac Regula (quàm verè auream licet appellare, multæ diuersæque Regulæ, siue Canones operandi, tanquam rami ex trunco, oriuntur: adeò ut in omnibus ferè quæstionibus locum habeat, ac omnes Canones huic innitantantur, tanquam fundamento seu basi: Quarum una est Regula duplex, quam ex tali exemplo intel liges. Pro 20 *Libris cuiusuis mercis, aduectis per* 30 *miliaria, soluendi sunt* 4 *aurei: quantum pro*

50 Lib. aduectis per 60 miliaria? Si hic diligenter obserues qui numeri sibi mutuò respondeant nomine & re: & qui primi, quis medius, & quas operationes institueris secundũ regulam Proportionum, facile quæstioni satisfiet. Semper autem numerus ex priori operatione productus, medius erit in posteriori quæstione. Vt 20 Libræ dant 4 aureos quantum 50. Lib. faciunt 10 aureos. Rursus dic, 30 miliaria dant 10 aureos, quantũ 40 miliaria? faciunt $\frac{1}{3}$ aureos. Item, 25 aureorum, in 4 annis lucrum est 8 aurei: quantum lucrabuntur 100 aurei in 10 annis? Dic, 25 aurei dant 8, quantũ 100? fiunt 32. Dic rursus, 4 anni dant 32, quantũ 10? facit 80 aureos. Item, 6 aurei lucrantur 8 aureos in 10 annis, in quot annis lucrifacient 3 aurei 12 aureos? Hic diligenter nota priorem operationem debere fieri per Regulam Trium Euersam. quanto enim minor sors fuerit, tãto maiori opus est tempore pro lucro æquali. Dic igitur, 6 aurei dant 10 annos, quot tres aurei? multiplica primũ in medium, &c. fiunt 20. Rursus dic, 8 aurei acquiruntur 20 annis, quot anni 12? facit 30. Hic vide, ne confundaris aureorũ appellatione, cum aliquando sortem, aliquando lucrum significent: oportet autem idem significari primo & tertio Regulæ loco, vt antea docuimus. Equi 7 edũnt 12 mensuras auenæ diebus

20,

20,quot edent 14 equi 15 diebus? Dic, 7 equi edunt 12,quantum 14? facit 24. Rurſus,20 diebus eduntur 24,quantum 15? facit 18 menſuras, Medimnos puta,aut quoduis genus menſuræ. Simile eſt, 10 meſſores demetunt 15 iugera tempore 7 dierum,quot diebus 16 meſſores demetent 20 iugera? Verùm hîc rurſus prior operàtio fiat per regulam euerſam: quoniam quanto plures meſſores, tanto minori tempore opus fuerit. Dic igitur, 10 meſſores opus habent tempore 7 dierum,quanto 16 meſſores? multiplica 10 per 7, fiunt 70: diuide per 16, fiunt $4\frac{3}{8}$ dies. Rurſus dic, 15 iugera exigunt $4\frac{3}{8}$ dies,quot 20 iugera? operare per Canonem, inuenies $5\frac{5}{6}$ dies,hoc eſt, quinque dies & 20 horas. Vide operationem ſequentem.

10. 7. 16.	*Secunda operatio.*
10.	15 | $4\frac{3}{8}$ | 20
70($4\frac{3}{8}$	20
16	$\frac{700}{8}$ *diuidendæ per* $\frac{15}{1}$.
	$\frac{700}{120}$ *hoc eſt,* $5\frac{5}{6}$

Regula conſortij,ſiue,vt dicunt, Societatis.

QVatuor mercatores inito consortio, lucrati sunt 3000 aureorum: sed primus attulit tantum 30 aureos, secundus 50, tertius 60, quartus 100: in quæstionem vocatur, quantum cedere debeat vnicuique ex lucro, pro pecunia sorti commissa. Hæc Regula parum etiam aut nihil differt à regula Trium. Collige enim omnium pecuniam collatam, in vnam summam, per Additionem, Veluti 30, 50, 60, & 100, efficiunt 240 aureos. Iam dic 240 aurei lucrati sunt 3000 aureorū, quantum 30 lucrantur? Operare secundum Regulæ morem: sic colliges lucrum primi, 375 aureorum. Rursus pro secundi lucro, dic, 240 lucrantur 3000, quantum 50? ac sic pro singulis vnam constitues Regulam Trium, vt semper primus siue Diuisor sit summa pecuniæ omnium, medius lucrum, tertio loco pro singulis ipsorum collocabis sortem. Habebit igitur primus 375, secundus 625, tertius 750, quartus 2250: quorum summa 3000 efficit. Huius Regulæ ratio accipitur ex 12 septimi Euclidis.

Ecce

Ecce operationem.

240 *Diuiſor*	3000	30		375
		50		625
		60	*Fiunt*	750
		100		1250
		240		3000

Similis ratio eſt in iactura, qualis in lucro. Vt ſi naui fracta, eiectæ ſint merces in mare: omnes qui conſortium ineunt, ex æquo damnũ ferent pro diuerſo pretio mercium ſingulorum: Vt ſi primi merces valebant 300 *aureos, ſecundi* 400, *tertij* 500: *eiectæ verò ſint merces* 100 *aureorum, amittet primus* 25, *ſecundus* 33 $\frac{1}{3}$, *tertius* 41 $\frac{2}{3}$. *& cuius merces eiectæ fuerint, is pecuniam à reliquis accipiet. Eiuſdem omnino generis eſt quæſtio: Tres emerunt* 1000 *Libras Cinnamomi pro* 300 *aureis: primus capit* 200 *Lib. ſecundus* 350 *Lib. tertius* 450 *Lib. quantum ſoluet quilibet? Si enim dicas,* 1000 *Lib. valent* 300 *aureos, quantum* 200 *Lib? item quantum* 350? *ac tertiò quantum* 450? *ac tribus operationibus Regulæ Trium completis: ſoluet primus* 60 *aureos, ſecundus* 105, *tertius* 135.

De intercapedine temporis diuersa in Consortio

Tres mercatores consortio inito, lucrati sunt 2345 aureos: Verùm primus suam pecuniam, scilicet 40 aureos post 14 menses repetiit: secundus, 50 post 8 menses, tertius attulit per 6 menses 85 aureos: quæstio est quantum cedet singulis cùm pro ratione pecuniæ, tum temporis etiam? Hæc etiam Regula breuiter ad Regulam Trium sic reducitur: Melius erit, vt prius lucrum: tertius, vniuscuiusq; pecunia per tempus suum multiplicata. oportet enim proportionem lucri, compositam esse ex proportione pecuniæ & temporis. Vnde pecuniæ singulorum per suum quæque tempus seruabunt in productis vtramque rationem & pecuniæ & temporis: vt ex 5 octaui Euclidis patet. Ponemus ergo pro primo 560, pro secundo 400, pro tertio 510: priùs summa horum trium per additionem collecta: veluti 1470. Operare iam secundum Regulam Consortij: habebit primus $893\frac{1}{3}$, *siue* $\frac{7}{21}$: *pro secundo* $638\frac{2}{21}$: *tertius* $813\frac{12}{21}$, *siue* $\frac{4}{7}$. *Vide tamen vt tempus vniuscuiusque sit eiusdem denominationis, & similiter pecunia. Sequitur operandi formula.*

1470.

1470. 2345.	500		$865\frac{7}{21}$
	400	*surgunt*	$638\frac{2}{21}$
	510		$813\frac{12}{21}$
	1470	*summa*	2345

Huic simile est, Tres lucrati sunt communi sorte 1000 *aureos: primus attulit* 30 *aureos per nouē menses, secundus* 70 *aureos, tertius* 100 *aureos: quærit aliquis, quanto tempore duorū posteriorum pecunias oporteat esse in vsu communi, vt primus habeat* 500 *aureos, secundus* 300, *tertius* 200. *Quoniam enim oportet tempus multiplicari per pecuniam vt in precedenti quæstione declarauimus, duc* 30 *aureos in* 9, *fiunt* 270. *Iam dic,* 500 *aurei quos accipit primus, valent* 270, *quātum* 300, *quot accipit secundus? Operare secundum Canonem, exibunt* 162: *tantum oportet conficiat pecunia secundi multiplicata per suum tempus. Si ergo diuidas* 162 *per* 70: *inuenies tempus, scilicet duorum mensium & $\frac{11}{35}$ mensis. Tertij similiter tempus inuenitur, mensis* 1 $\frac{2}{25}$.

Canonici 12 *& Capellani* 20 *diuidunt singulis annis* 300 *aureorum, ea lege, vt Canonicorum singuli quinos recipiant, quoties Capellanus* 4. *quantum ergo debetur singulis? Hic vt antè dictum, multiplica numerum personarum*

per numerum vices notantē: scilicet 12 *per* 5: *fiunt* 60: & 20, *per* 4, *fiunt* 80: *ea adde, fiunt* 140. *Iam dic,* 140 *dant* 3000, *quantum* 60? & *quantum* 80? *Itaque inuenies pro Canonicis omnibus* 1285 $\frac{5}{7}$ *aureos pro Capellanis* 1714 $\frac{2}{7}$. *Quantum verò singuli recipiant, diuisio indicat.*

140.	3000.	60		1285 $\frac{5}{7}$
		80	*fiunt*	1714 $\frac{2}{7}$
		140	*summa*	3000

Titius ab obitu relinquens vxorem grauidam, legauit ei, si filiam pareret, $\frac{1}{2}$ *bonorum, quæ valebant* 3600 *aureos, filiæ tertiam partem: At si mascula gauderet prole, obtineret mater tertiam partem, filius dimidiam. Peperit autem & masculum & fœmellam vno partu. Quæritur quæ sit portio vniuscuiusque horum, vt testatori satisfiat? Primùm vide testatoris animum, qui voluit vt filia minimam acciperet partem, filius maximam. Quære igitur numerum in tales partes diuisibilem, quales aßignantur, scilicet* 2 & 3: *veluti* 6: *horum dimidium valet* 2: *item* $\frac{2}{3}$, 2. *Vides ergo partes bonorum se debere habere, vt* 2 & 3: *hoc est, dum filia* 2 *aureos habet, tum matri* 3 *debentur. Et si mater* 2 *habet, filio debentur* 3: *Ergo per Regulam Trium, si filia accipit* 4, *matri debentur* 6, & *filio* 9. *Hos autem tres*

numeros

numeros per proportionem continuam sesquialteram, de qua posteà dicemus, facilius inuenies. Nũc sufficiat nosse oportere adsignari tres numeros, tali se habentes ratione sicut $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: & tales sunt 4, 6, 9: nam 4 sunt $\frac{1}{3}$ de 12, quorum 6, sunt $\frac{1}{2}$. Itẽ 6, sunt $\frac{1}{3}$ de 18: quorum 9, sunt $\frac{1}{2}$. His inuentis operare per Regulam Consortij. Adde 4, 6, 9, fiunt 19. Dic, 19 accipiunt 3600, quantũ accipiet 4? 16
quantum 6? & quantum 9? Et facta pro singulis vna operatione, cedent filiæ, 757 $\frac{17}{19}$ aurei: matri verò, 1136 $\frac{16}{19}$ aurei: filio, 1705 $\frac{5}{19}$ aurei.

Tribus prolibus relicti sunt ex testamento, vel alio quouis modo, 7851 aurei, ea lege vt primæ cedat $\frac{1}{2}$, alteri $\frac{1}{3}$, tertiæ, $\frac{1}{4}$. Hoc simile est cum priori, pro partibus enim incertis, statue partes certas alicuius numeri, qui ita sit diuisibilis, scilicet in 2, 3, & 4. Eum numerum siquando inuenire nescias, duc eos in inuicem, quos Diuisores esse vis, vt 2 in 3 reddunt 6, ea in 4, faciunt 24: is numerus est quẽ quærimus. At si tuo Marte potes talem inuenire, 17
siue maiorem, siue minorem, nihil refert, quemadmodum in nostro proposito, 12 diuidi possunt per 2, 3 & 4. Diuide igitur & repone pro prima prole 6, tanquam $\frac{1}{2}$, pro secunda, 4, scilicet $\frac{1}{3}$, pro tertia 3, quæ sunt $\frac{1}{4}$ ex 12. Cũ his partibus 6, 4, 3, progredere per Regulam Consortij, vt supra. Erit Di-

uisor 13, eritque prima portio, 3623 $\frac{7}{13}$, secunda, 2415, tertia, 1811 $\frac{10}{13}$.

Quatuor extruxerunt ædes pro 300 aureis, soluet primus $\frac{1}{2}$ cum 6 aureis, secundus $\frac{1}{3}$ cam 12 aureis, tertius 8 aureos minus quàm $\frac{2}{3}$, quartus $\frac{1}{4}$ cũ 20 aureis, quantum soluent singuli? In huiusmodi exemplis, primùm quod superest vltra portiones statutas, aufer ex summa diuidenda, quod deest, adde: vt pro primo aufer 6, pro secundo, 12, & pro quarto, 20. Summa horum valet 38 aureos. Sed pro tertio adde 8. Aufer igitur 38 ex 3000, restant 2962, quibus rursus adde 8, fiunt 2970.

Hanc summam diuide per Regulam Consortij, vti in præcedenti docui, quærens numerum diuisibilem in 2, 3, & 4, scilicet 12: & ponens pro primo, 6: pro secundo, 4: pro tertio, 8: pro quarto, 3: quæ coniuncta efficiunt 21: hic diuisor esto, ac primus numerus, medius, 2970, tertius, 6, 4, 8, 3. Inuenies sic pro primo, 148 $\frac{4}{7}$: pro secundo, 565 $\frac{5}{7}$: pro tertio, 1131 $\frac{3}{7}$: pro quarto, 424 $\frac{2}{7}$. Sed iam adde primo suas 6: fiunt 854 $\frac{4}{7}$. Item secundo, 12, fiunt 577 $\frac{5}{7}$: tertio adime 8 aureos, restant 1123 $\frac{3}{7}$: quarto adde 20, exurgunt 444 $\frac{2}{7}$. horum summa facit 3000 aureos, quæ erat summa diuidenda.

21	2970	6		854 $\frac{4}{7}$
		4		577 $\frac{1}{7}$
		8	fiunt	1123 $\frac{3}{7}$
		3		444 $\frac{2}{7}$

Sunt tamen qui alia via hoc in loco incedant, auferentes & addentes non summæ diuidendæ, sed singulorum partibus positis. Sed rationem hãc falsam esse demonstrare possem, nisi longum nimis esset: vt facile patet positis aliis aut maioribus, aut minoribus numeris pro singulis.

Tribus partiendi sunt 450 *aurei, ita vt primus* $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ *accipiat: secũdus,* $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$*: tertius,* $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$*: quantum accipient singuli? Primùm adde singulorum partes, scilicet* $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$*, fiunt* $\frac{5}{6}$ *pro primo: pro secundo,* $\frac{7}{12}$*: pro tertio,* $\frac{9}{20}$*. Iam quære numerum diuisibilem in* 6, 12, & 20, *scilicet* 60, *huius* $\frac{5}{6}$, *sunt* 50*: quod cognosces diuidendo numerum illum inuentum, scilicet* 60, *per Denominatorem, & productum multiplicando per Numeratorem.* $\frac{7}{12}$, *valent* 35*:* $\frac{9}{20}$, *valent* 27. *Cum his procede per Regulam Consortij: habebit primus* 200 $\frac{50}{56}$*: secundus,* 140 $\frac{35}{56}$ *tertius,* 108 $\frac{27}{56}$.

112	450	50.		200 $\frac{50}{56}$
		35.	fiunt	140 $\frac{35}{56}$
		27.		108 $\frac{27}{56}$

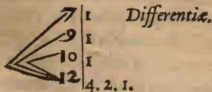
Ad similitudinem horum, multa poterit qui-

uis effingere exempla, ac dubia eorum ſoluere: qualia ſunt quæ ad Regulam quam vocant Alligationis, attinent: quam breuibus explicabimus aliquot exemplis.

REGVLA ALLIgationis.

OEnopola quadruplex habet vinum: primi Amphora valet 7 groſſos: ſecundi, 9 groſſos: tertij, 10 groſſos: quarti, precium eſt 12 groſſorum. Vult ex quatuor generibus miſcere 300. Amphoras, ea lege, vt quælibet valeat 11 groſſos, quærit quantum vniuſcuiuſque capiet? Hæc vt facilius capias, finge primum duo vinorum genera miſcenda ad conſtitutum precium. Quòd ſi tum alterum genus valore tantum ſuperet precium conſtitutum, quantum reliquum abeſt: tum vtriuſque æquales portiones cõmixtæ, efficient precium conſtitutum. Sin verò alterius vini precium bis tantò ſuperet precium conſtitutum, quantò altero ſuperatur: tum cum vna menſura carioris vini, duæ menſuræ vilioris commiſcendæ eſſent, ſicque exceſſus defectúſque compenſaretur. Vnde colligitur, ſecundum exceſſuum & defectuum proportionem commiſcendas eſſe varias vinorum men-

mensuras, idque permutatim, vt iam proposita ratio docuit. Hinc Regula talis confecta est. Pone ordine precium vinorum, vti in exemplo vides, facto initio à minoribus ad maiora: ac illis præscribe precium commixti vini: quod hoc loco Medium appellabimus, quanuis medium non sit exacte. Deinde confer vnumquodque minus precium ad medium & maius, ita vt excessum medij supra minus adscribas maiori, maioris excessum supra medium adscribas minori. Vt in nostro Exemplo, quia tantùm vnum est precium maius, ad illud adscribas omnes excessus Medij supra minora: vnicuique verò minorum eundem excessum maioris, supra Medium scilicet. Quibus factis, vt in Regula Societatis, adde omnes excessus in vnã summam: numerus iste erit primus Regulæ, ac Diuisor: medius, numerus mensurarum miscendarum: tertij, erunt differentiæ singulorum vt adscriptæ sunt. Et si plures apud eundem numerum differentiæ fuerint, illæ colligantur, veluti figuratum sequitur.



REGVLA TRIVM Euersa.

IN præcedentibus omnibus exemplis ac aliis in
finitis, semper ea est ratio quarti numeri ad ter-
tium, quæ est secundi ad primum. Atque ideo quã-
to tertius maior fuerit, tanto & quartus. In qui-
busdam verò exemplis, contraria penitus ratio est:
ita vt quanto tertius maior fuerit, tanto quartus
14 *minor euadat. Veluti si modius tritici væneat 5*
aureis, tum pendet panis vnius Stuferi, quatuor li-
bris: quæstio est, quantum deprimet panis eiusdem
precij, dum eadem mensura tritici valet tantùm 3
aureos? Item, Emit quidam 20 vlnas panni latitu
dinem habentis 2 vlnarum: in quæstionem voca-
tur, si velit subducere aut tunicas, aut aulæa, quot
vlnis opus sit alterius panni, habentis latitudinem
trium vlnarum. Vides manifestè in priori exem-
plo, quanto minoris venit triticum, tanto plus
deprimet panis. Atque in altero, quanto latius
fuerit alterum panni genus, tanto minus opus ha-
bes ad subducendum.

Simile est huic, Quidam obsessus exercitus 3000 militum, habet quo viuat ad 7 menses: verùm spes nulla est solutionis obsidionis ante annum:

num: quæſtionem ergo moueo quot milites dimittet Dux, vt reliquis ſufficiat ad anni calcem, & quot ſecum retinebit? Nam & hic quanto longius tempus fuerit, tanto minori militum numero ſufficiet victus.

In his ergo atque ſimilibus, vt eſt Euerſa ratio, ita contrarius operandi modus. Multiplica ergo primum in ſecundum, productum diuide per tertium. Vt in tertio exemplo, duc 7 *menſes in* 3000, *prodeunt* 21000*: quæ diuide per* 12 *menſes, hoc eſt, annum: exurgunt* 1750 *milites, quibus tantùm ſufficiet victus idem ad annum. Reliqua ſunt facilia.*

PARS TERTIA DE Regulis vulgaribus.

Ex vna hac Regula (quàm verè auream licet appellare, multæ diuerſæque Regulæ, ſiue Canones operandi, tanquam rami ex trunco, oriuntur: adeò vt in omnibus ferè quæſtionibus locum habeat, ac omnes Canones huic innitantantur, tanquam fundamento ſeu baſi: Quarum vna eſt Regula duplex, quam ex tali exemplo intelliges. Pro 20 *Libris cuiuſuis mercis, aduectis per* 30 *miliaria, ſoluendi ſunt* 4 *aurei: quantum pro*

50 Lib.aduectis per 60 miliaria? Si hîc diligenter obserues qui numeri sibi mutuò respondeant nomine & re:& qui primi, quis medius, & quas operationes institueris secundũ regulam Proportionum, facile quæstioni satisfiet. Semper autem numerus ex priori operatione productus, medius erit in posteriori quæstione. Vt 20 Libræ dant 4 aureos quantum 50. Lib. faciunt 10 aureos. Rursus dic, 30 miliaria dant 10 aureos, quantũ 40 miliaria? faciunt $\frac{1}{3}$ aureos. Item, 25 aureorum, in 4 annis lucrum est 8 aurei: quantum lucrabuntur 100 aurei in 10 annis? Dic, 25 aurei dant 8, quantũ 100? fiunt 32. Dic rursus, 4 anni dant 32, quantũ 10? facit 80 aureos. Item, 6 aurei lucrantur 8 aureos in 10 annis, in quot annis lucrifacient 3 aurei 12 aureos? Hîc diligenter nota priorem operationem debere fieri per Regulam Trium Euersam. quantò enim minor sors fuerit, tãto maiori opus est tempore pro lucro æquali. Dic igitur, 6 aurei dant 10 annos, quot tres aurei? multiplica primũ in medium, &c. fiunt 20. Rursus dic, 8 aurei acquiruntur 20 annis, quot anni 12? facit 30. Hîc vide, ne confundaris aureorũ appellatione, cum aliquando sortem, aliquando lucrum significent: oportet autem idem significari primo & tertio Regulæ loco, vt antea docuimus. Equi 7 edũnt 12 mensuras auenæ diebus

20,

20, quot edent 14 equi 15 diebus? Dic, 7 equi edunt 12, quantum 14? facit 24. Rursus, 20 diebus eduntur 24, quantum 15? facit 18 mensuras, Medimnos puta, aut quoduis genus mensuræ. Simile est, 10 messores demetunt 15 iugera tempore 7 dierum, quot diebus 16 messores demetent 20 iugera? Verùm hîc rursus prior operàtio fiat per regulam euersam: quoniam quanto plures messores, tanto minori tempore opus fuerit. Dic igitur, 10 messores opus habent tempore 7 dierum, quanto 16 messores? multiplica 10 per 7, fiunt 70: diuide per 16, fiunt 4 $\frac{3}{8}$ dies. Rursus dic, 15 iugera exigunt 4 $\frac{3}{8}$ dies, quot 20 iugera? operare per Canonem, inuenies 5 $\frac{5}{6}$ dies, hoc est, quinque dies & 20 horas. Vide operationem sequentem.

10. 7. 16.	*Secunda operatio.*
10.	15 | 4 $\frac{3}{8}$ | 20
70(4 $\frac{3}{8}$	20
16	$\frac{700}{8}$ *diuidendæ per* $\frac{15}{1}$.
	$\frac{700}{120}$ *hoc est,* 5 $\frac{5}{6}$

Regula consortij, siue, vt dicunt, Societatis.

QVatuor mercatores inito consortio, lucrati sunt 3000 aureorum: sed primus attulit tantum 30 aureos, secundus 50, tertius 60, quartus 100: in quæstionem vocatur, quantum cedere debeat vnicuique ex lucro, pro pecunia sorti commissa. Hæc Regula parum etiam aut nihil differt à regula Trium. Collige enim omnium pecuniam collatam, in vnam summam, per Additionem, Veluti 30, 50, 60, & 100, efficiunt 240 aureos. Iam dic 240 aurei lucrati sunt 3000 aureorũ, quantum 30 lucrantur? Operare secundum Regulæ morem: sic colliges lucrum primi, 375 aureorum. Rursus pro secundi lucro, dic, 240 lucrantur 3000, quantum 50? ac sic pro singulis vnam constitues Regulam Trium, vt semper primus siue Diuisor sit summa pecuniæ omnium, medius lucrum, tertio loco pro singulis ipsorum collocabis sortem. Habebit igitur primus 375, secundus 625, tertius 750, quartus 2250: quorum summa 3000 efficit. Huius Regulæ ratio accipitur ex 12 septimi Euclidis.

Ecce

Ecce operationem.

240	3000	30		375
Diuisor		50		625
		60	*Fiunt*	750
		100		1250
		240		3000

Similis ratio eſt in iactura, qualis in lucro. Vt ſi naui fracta, eiectæ ſint merces in mare: omnes qui conſortium ineunt, ex æquo damnū ferent pro diuerſo pretio mercium ſingulorum: Vt ſi primi merces valebant 300 *aureos, ſecundi* 400, *tertij* 500: *eiectæ verò ſint merces* 100 *aureorum, amittet primus* 25, *ſecundus* 33 $\frac{1}{3}$, *tertius* 41 $\frac{1}{3}$. *& cuius merces eiectæ fuerint, is pecuniam à reliquis accipiet. Eiuſdem omnino generis eſt quæſtio: Tres emerunt* 1000 *Libras Cinnamomi pro* 300 *aureis: primus capit* 200 *Lib. ſecundus* 350 *Lib. tertius* 450 *Lib. quantum ſoluet quilibet? Si enim dicas,* 1000 *Lib. valent* 300 *aureos, quantum* 200 *Lib? item quantum* 550? *ac tertiò quantum* 450? *ac tribus operationibus Regulæ Trium completis: ſoluet primus* 60 *aureos, ſecundus* 105, *tertius* 135.

De intercapedine temporis diuersa in Consortio

Tres mercatores consortio inito, lucrati sunt 2345 aureos: verùm primus suam pecuniam, scilicet 40 aureos post 14 menses repetiit: secundus, 50 post 8 menses, tertius attulit per 6 menses 85 aureos: quæstio est quantum cedet singulis cùm pro ratione pecuniæ, tum temporis etiam? Hæc etiam Regula breuiter ad Regulam Trium sic reducitur: Melius erit, vt prius lucrum: tertius, vniuscuiusq; pecunia per tempus suum multiplicata. oportet enim proportionem lucri, compositam esse ex proportione pecuniæ & temporis. Vnde pecuniæ singulorum per suum quæque tempus seruabunt in productis vtramque rationem & pecuniæ & temporis: vt ex 5 octaui Euclidis patet. Ponemus ergo pro primo 560, pro secundo 400, pro tertio 510: prius summa horum trium per additionem collecta: veluti 1470. Operare iam secundum Regulam Consortij: habebit primus $893\frac{1}{}$, *siue* $\frac{7}{21}$: *pro secundo* $638\frac{2}{21}$: *tertius* $813\frac{12}{21}$, *siue* $\frac{4}{7}$. *Vide tamen vt tempus vniuscuiusque sit eiusdem denominationis, & similiter pecunia. Sequitur operandi formula.*

1470.

1470. 2345.	500		865 $\frac{7}{21}$
	400	*surgunt*	638 $\frac{2}{21}$
	510		813 $\frac{12}{21}$
	1470	*summa*	2345

Huic simile est, Tres lucrati sunt communi sorte 1000 *aureos: primus attulit* 30 *aureos per nouē menses, secundus* 70 *aureos, tertius* 100 *aureos: quærit aliquis, quanto tempore duorū posteriorum pecunias oporteat esse in vsu communi, vt primus habeat* 500 *aureos, secundus* 300, *tertius* 200. *Quoniam enim oportet tempus multiplicari per pecuniam vt in precedenti quæstione declarauimus, duc* 30 *aureos in* 9, *fiunt* 270. *Iam dic,* 500 *aurei quos accipit primus, valent* 270, *quātum* 300, *quot accipit secundus? Operare secundum Canonem, exibunt* 162: *tantum oportet conficiat pecunia secundi multiplicata per suum tempus. Si ergo diuidas* 162 *per* 70: *inuenies tempus, scilicet duorum mensium &* $\frac{11}{35}$ *mensis. Tertij similiter tempus inuenitur, mensis* 1 $\frac{2}{25}$.

Canonici 12 *& Capellani* 20 *diuidunt singulis annis* 300 *aureorum, ea lege, vt Canonicorum singuli quinos recipiant, quoties Capellanus* 4. *quantum ergo debetur singulis? Hic vt antè dictum, multiplica numerum personarum*

per numerum vices notantē: scilicet 12 *per* 5: *fiunt* 60: & 20, *per* 4, *fiunt* 80: *ea adde, fiunt* 140. *Iam dic,* 140 *dant* 3000, *quantum* 60? & *quantum* 80? *Itaque inuenies pro Canonicis omnibus* 1285 $\frac{5}{7}$ *aureos pro Capellanis* 1714 $\frac{2}{7}$. *Quantum verò singuli recipiant, diuisio indicat.*

140.	3000.	60		1285 $\frac{5}{7}$
		80	*fiunt*	1714 $\frac{2}{7}$
		140	*summa*	3000

Titius ab obitu relinquens vxorem grauidam, legauit ei, si filiam pareret, $\frac{1}{2}$ *bonorum, quæ valebant* 3600 *aureos, filiæ tertiam partem: At si mascula gauderet prole, obtineret mater tertiam partem, filius dimidiam. Peperit autem & masculum & fœmellam vno partu. Quæritur quæ sit portio vniuscuiusque horum, vt testatori satisfiat? Primùm vide testatoris animum, qui voluit vt filia minimam acciperet partem, filius maximam. Quære igitur numerum in tales partes diuisibilem, quales aßignantur, scilicet* 2 & 3: *veluti* 6: *horum dimidium valet* 2: *item* $\frac{2}{3}$, 2. *Vides ergo partes bonorum se debere habere, vt* 2 & 3: *hoc est, dum filia* 2 *aureos habet, tum matri* 3 *debentur. Et si mater* 2 *habet, filio debentur* 3: *Ergo per Regulam Trium, si filia accipit* 4, *matri debentur* 6, & *filio* 9. *Hos autem tres*

numeros

numeros per proportionem continuam sesquialteram, de qua posteà dicemus, facilius inuenies. Nūc sufficiat nosse oportere adsignari tres numeros, tali se habentes ratione sicut $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: & tales sunt 4,6,9: nam 4 sunt $\frac{1}{3}$ de 12, quorum 6, sunt $\frac{1}{2}$. Itē 6, sunt $\frac{1}{3}$ de 18: quorum 9, sunt $\frac{1}{2}$. His inuentis operare per Regulam Consortij. Adde 4,6,9, fiunt 19. Dic, 19 accipiunt 3600, quantū accipiet 4? 16
quantum 6? & quantum 9? Et facta pro singulis vna operatione, cedent filiæ, 757 $\frac{17}{19}$ aurei: matri verò, 1136 $\frac{16}{19}$ aurei: filio, 1705 $\frac{5}{19}$ aurei.

Tribus prolibus relicti sunt ex testamento, vel alio quouis modo, 7851 aurei, ea lege vt primæ cedat $\frac{1}{2}$, alteri $\frac{1}{3}$, tertiæ, $\frac{1}{4}$. Hoc simile est cum priori, pro partibus enim incertis, statue partes certas alicuius numeri, qui ita sit diuisibilis, scilicet in 2, 3, & 4. Eum numerum siquando inuenire nescias, duc eos in inuicem, quos Diuisores esse vis, vt 2 in 3 reddunt 6, ea in 4, faciunt 24: is numerus est quē quærimus. At si tuo Marte potes talem inuenire, 17
siue maiorem, siue minorem, nihil refert, quemadmodum in nostro proposito, 12 diuidi possunt per 2,3 & 4. Diuide igitur & repone pro prima prole 6, tanquam $\frac{1}{2}$, pro secunda, 4, scilicet $\frac{1}{3}$, pro tertia 3, quæ sunt $\frac{1}{4}$ ex 12. Cū his partibus 6,4,3, progredere per Regulam Consortij, vt supra. Erit Di-

uisor 13, eritque prima portio, 3623 $\frac{7}{13}$, secunda, 2415, tertia, 1811 $\frac{10}{13}$.

Quatuor extruxerunt ædes pro 300 aureis, soluet primus $\frac{1}{2}$ cum 6 aureis, secundus $\frac{1}{3}$ cam 12 aureis, tertius 8 aureos minus quàm $\frac{1}{3}$, quartus $\frac{1}{4}$ cũ 20 aureis, quantum soluent singuli? In huiusmodi exemplis, primùm quod superest vltra portiones statutas, aufer ex summa diuidenda, quod deest, adde: vt pro primo aufer 6, pro secundo, 12, & pro quarto, 20. Summa horum valet 38 aureos. Sed pro tertio adde 8. Aufer igitur 38 ex 3000, restant 2962, quibus rursus adde 8, fiunt 2970.

Hanc summam diuide per Regulam Consortij, vti in præcedenti docui, quærens numerum diuisibilem in 2, 3, & 4, scilicet 12: & ponens pro primo, 6: pro secundo, 4: pro tertio, 8: pro quarto, 3: quæ coniuncta efficiunt 21: hic diuisor esto, ac primus numerus, medius, 2970, tertius, 6, 4, 8, 3. Inuenies sic pro primo, 148 $\frac{4}{7}$: pro secundo, 565 $\frac{5}{7}$: pro tertio, 1131 $\frac{3}{7}$: pro quarto, 424 $\frac{2}{7}$. Sed iam adde primo suas 6: fiunt 854 $\frac{4}{7}$. Item secundo, 12, fiunt 577 $\frac{5}{7}$: tertio adime 8 aureos, restant 1123 $\frac{3}{7}$: quarto adde 20, exurgunt 444 $\frac{2}{7}$. horum summa facit 3000 aureos, quæ erat summa diuidenda.

21	2970	6		854	$\frac{4}{7}$
		4		577	$\frac{5}{7}$
		8	*fiunt*	1123	$\frac{5}{7}$
		3		444	$\frac{2}{7}$

Sunt tamen qui alia via hoc in loco incedant, auferentes & addentes non summæ diuidendæ, sed singulorum partibus positis. Sed rationem hanc falsam esse demonstrare possem, nisi longum nimis esset: vt facile patet positis aliis aut maioribus, aut minoribus numeris pro singulis.

Tribus partiendi sunt 450 *aurei, ita vt primus* $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{1}{3}$ *accipiat: secundus,* $\frac{1}{3}$ *&* $\frac{1}{4}$*: tertius,* $\frac{1}{4}$ *&* $\frac{1}{5}$*: quantum accipient singuli? Primùm adde singulorum partes, scilicet* $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{1}{3}$*, fiunt* $\frac{5}{6}$ *pro primo: pro secundo,* $\frac{7}{12}$ *: pro tertio,* $\frac{9}{20}$*. Iam quære numerum diuisibilem in* 6, 12, *&* 20, *scilicet* 60, *huius* $\frac{5}{6}$, *sunt* 50: *quod cognosces diuidendo numerum illum inuentum, scilicet* 60, *per Denominatorem, & productum multiplicando per Numeratorem.* $\frac{7}{12}$, *valent* 35: $\frac{9}{20}$, *valent* 27. *Cum his procede per Regulam Consortij: habebit primus* 200 $\frac{50}{56}$*: secundus,* 140 $\frac{35}{56}$ *tertius,* 108 $\frac{27}{56}$.

112	450	50.		200	$\frac{50}{56}$
		35.	*fiunt*	140	$\frac{35}{56}$
		27.		108	$\frac{27}{56}$

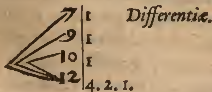
Ad similitudinem horum, multa poterit qui-

uis effingere exempla, ac dubia eorum ſoluere: qualia ſunt quæ ad Regulam quam vocant Aligationis, attinent: quam breuibus explicabimus aliquot exemplis.

REGVLA ALLIgationis.

OEnopola quadruplex habet vinum: primi Amphora valet 7 groſſos: ſecundi, 9 groſſos: tertij, 10 groſſos: quarti, precium eſt 12 groſſorum. Vult ex quatuor generibus miſcere 300 Amphoras, ea lege, vt quælibet valeat 11 groſſos, quærit quantum vniuſcuiuſque capiet? Hæc vt facilius capias, finge primum duo vinorum genera miſcenda ad conſtitutum precium. Quòd ſi tum alterum genus valore tantum ſuperet precium conſtitutum, quantum reliquum abeſt: tum vtriuſque æquales portiones cõmixtæ, efficient precium conſtitutum. Sin verò alterius vini precium bis tantò ſuperet precium conſtitutum, quantò altero ſuperatur: tum cum vna menſura carioris vini, duæ menſuræ vilioris commiſcendæ eſſent, ſicque exceſſus defectúſque compenſaretur. Vnde colligitur, ſecundum exceſſuum & defectuum proportionem commiſcendas eſſe varias vinorum men-

menſuras, idque permutatim, vt iam propoſita ratio docuit. Hinc Regula talis confecta eſt. Pone ordine precium vinorum, vti in exemplo vides, facto initio à minoribus ad maiora: ac illis præſcribe precium commixti vini: quod hoc loco Medium appellabimus, quanuis medium non ſit exacte. Deinde confer vnumquodque minus precium ad medium & maius, ita vt exceſſum medij ſupra minus adſcribas maiori, maioris exceſſum ſupra medium adſcribas minori. Vt in noſtro Exemplo, quia tantùm vnum eſt precium maius, ad illud adſcribas omnes exceſſus Medij ſupra minora: vnicuique verò minorum eundem exceſſum maioris, ſupra Medium ſcilicet. Quibus factis, vt in Regula Societatis, adde omnes exceſſus in vnã ſummam: numerus iſte erit primus Regulæ, ac Diuiſor: medius, numerus menſurarum miſcendarum: tertij, erunt differentiæ ſingulorum vt adſcriptæ ſunt. Et ſi plures apud eundem numerum differentiæ fuerint, illæ colligantur, veluti figuratum ſequitur.



Summa 10 *dant* 300, *quantum*	1?	*facit*	30
	1?		30
	1?		30
	7?		210

Quantum opus erit ſumere de vino, cuius amphora valet 8 *groſſos, & quantum illius quod valet* 11, *ita vt amphora vna valeat* 9 *groſſos? Operare per Regulam.*

	8	2
9	*Differentiæ.*	
	11	1

Summa 3 *dant* 1, *quantum*	2?	*fit*	$\frac{2}{3}$
	1?		$\frac{1}{3}$

Quidam pro 200 *aureis vult emere* 400 *Lib. Aromatum variorũ: ſcilicet amigdalarum, ficuũ, zinziberis, nucum, piperis, myriſticarum, & croci. Quæſtio eſt, quot Libras ſingulorum accipiet, vt* 400 *Libras pro* 200 *aureis habeat. Primùm oportet inquirere preciũ vnius Libræ pro medio numero, hac via: Dic,* 400 *Lib. valent* 200 *aureos, ſiue Carolinos: quãtũ* 1 *Lib. proueniet* $\frac{1}{2}$ *aurei Carolini, ſiue decẽ Stuferi, quales* 20 *aureũ Carolinum complẽt, more monetæ Brabanticæ. Deinde ſingulorũ preciũ adſcribas, reductis omnibus ad eandem monetam: deinde fiat colligatio maioris & minoris precij, &c. vt in præcedenti docuimus quæſtione.*

6 *ficus*

10	6 ficus	1. 6
	7 amig.	6. 2
	9 zinzib.	2.
	11 piper.	4.
	12 nuces	1. 3
	16 croci.	4. 3

Precium 1. lib. *Differentiæ,*

	7	$87\frac{1}{2}$
	8	100
	2	25
Summa 32 dãt 400, quantũ 4 fa.		50
	4	50
	7	$87\frac{1}{2}$
	Summa	400

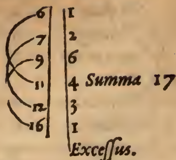
Sed neminem latere volo eandem quæstionem variis aliquando modis posse explicari, dum varie alligamus minores cum maioribus ad Medium. Veluti in præscripta quæstione.

Medium

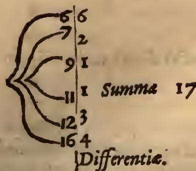
10	6	1. 2. 6.
	7	1. 2. 6.
	9	1. 2. 6.
	11	4. 3. 1. *Summa* 51.
	12	4. 3. 1.
	16	4. 3. 1.

Excessus

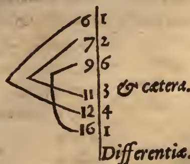
Vel sic. 10.



Item 10



Vel sic. 10.



Atque

Atque huiuſmodi infiniti ferè extant modi. Interim tu memineris, oportere, vt quilibet numerus ſemel minimùm alligetur, poſſe tamen ſæpius ídque ad varios comparari, atque huiuſmodi ingeniis diſcentium relinquo. Quod in liquidis & Aromatibus propoſuimus, idem in metallis miſcendis euenit, verùm operationis nulla eſt diuerſitas: veluti ſi Faber 100 *Lib. argenti habeat, quarum vna* 17 *aur. valeat, ac alteram maſſam, cuius* 1. *Lib. valeat,* 24 *aur. dubitat quantum argenti ex altera maſſa addendum ſit priori, vt* 1. *lib. precium* 22 *aur. acquirat.*

Primum alliga 22 { 24 / 17 } *exceſſus.* 5 / 2

Summa 7 *danti, quantum* { 5? / 2? } *facit* $\frac{5}{7}$ / $\frac{2}{7}$

Iam dic per regulam notiſſimam, 2 *Lib. primi argenti opus habent* 5 *Lib. ſecundi, quot deſiderant* 100 *Lib. facit* 250 *lib.* 19

Examen.

Examen huius Regulæ eſt, ſi numerum vniuſcuiuſque rei iam collectum multiplices per precium eiuſdem rei, & ſummam addas, exibit ſumma pecuniæ primùm conſtituta. 20

De regula falsi.

MVltæ solent ac variæ præscribi Regulæ & Quæstiones, quas si placeret omnes exequi, in volumen ingens labor noster excresceret facile. Verùm hoc non fuit nostrum institutum, qui omnia conamur potius in vnum caput colligere, & ad vnam methodum reducere. Quemadmodum hactenus multas variásque Quæstiones, ad vnam Regulam Proportionum deduximus, quibus multæ similes & extant, & in dies excogitari possunt. Veluti de Diuisionibus, de Lucri & damni ratione, de Mercede conductis, atque eiusmodi innumeris, quorum nullum tam difficile est, quin facile callenti nostra hactenus dicta explicari posśint. Attamen cum plura sint Exempla, & Quæstiones, quæ ad regulam proportionum commode reduci non posśint: visum fuit tandem Regulam quandam vniuersalem, tanquam sacram anchoram subnectere, per quam dubia reliqua posśibilia huic nostro instituto explicari posśint, & multæ etiam Quæstiones eorum quæ præcesserunt: quanuis id multò certius fieri & longè facilius per Regulam, quam vocant Algebræ, posse sciam: qua vix quicquam vidi inter Mathematicas artes præstantius atque elegantius. Sed cum de hac ab aliis multa dicta sint, & fortasśis à nobis per Methodum

thodum(fauente Deo Opt. Max.)dicetur cum ea res peculiarem requirat tractatum, impræsentiarum missam facimus. Vocatur autem Regula, quam iam docemus, Falsi: non quod falsum doceat, sed ex falso verum elicere. Fitque in hunc modum:

Proposita Quæstione quacunque per hanc enodabili, eum numerum quē scire desideras, tanquam notum iam tibi finge, ponens eius loco quemcunq; numerum. Cum eo deinceps procede secundum Exempli rationem, inferendo vnum numerum ex alio: donec ad aliquem certum & notum prius numerum in proposita Quæstione datum, perducaris: quem si rectè ex iam posito siue ficto numero elicere potuisti, is ipsius quem primùm finxisti, est verus finis quem inquirebas.

Veluti, Tres habent singuli certam argenti summam, verùm singulorū summæ ignotæ sunt, binorum verò, notæ. Scio enim primi aureos cum secundi aureis, valere 50: secundi cum tertij aureis, 70: tertij cum aureis primi, valent 60: quæritur summa singulorum. Finge ergo primi summam valuisse 20 aureos. Ergo quoniam cum secundo habet 50, relinquuntur secundo 30, & tertio 40: quoniam ij valent 70 cum secundi aureis. Iam si 40 tertij addantur 20 primi, exur-

gunt 60 aurei, ita vti voluit exemplum. Fuit itaq; primo positio vera, neque amplius quicquam agendum. At si ad notum numerum non perueneris exactè, verùm aliquo excesseris aut abfueris: vide excessum seu distantiam, eámque nota cum Hypothesi falsa, & cum titulo Plus, si excesserit, aut Minus, si defuerit. Deinde finge tibi alterum numerum maiorem aut minorem iam posito, & cum ipso eodem modo procedas quo cum priori, donec ad notum numerum perueneris: Quem si non attigeris, vide rursus differentiam, eámque nota cum sua Hypothesi, signóque Plus vel Minus. Deinde multiplica Hypothesim priorem in differentiam alteram, similiter Hypothesim secundam in differentiam primam, producta duo serua. Hinc perpende signa plus & minus, quæ si ambo similia fuerint, scilicet aut Plus aut Minus, aufer productorum minus à maiori, itémque aufer differentiam minorem à maiori, per residuum diuide residuum productorum: Quotiens ostendet numerum quæsitum. At si signa fuerint dißimilia, alterum Plus, alterum Minus, adde producta illa duo similitérque differentias, & per harum summam diuide summam productorum: Quotiens ostendet numerum quæsitum.

Duo habent ignotam mihi summam aureorum.

Inquit

Inquit prior, ſi mihi dares ṽnũ è tuis, haberemus æquam ambo portionem. Reſpondet alter, ſi mihi tu ṽnum è tuis dederis, habeo duplam tuæ ſummæ reſtantis: Quæritur ſingulorum ſumma. Finge priorem 3 habuiſſe. Igitur ſi ṽnum acceperit à ſecundo habebit 4, tantundem relinquetur alteri. Verùm quoniam iam 1 dediſſe intelligitur, eum huic redde, itaque habuit ab initio 5. Iam dicit priori, ſi mihi ṽnum dederis, habebo duplum tui reſidui, adde igitur 1 ad 5, fiunt 6, reſtant autem priori tantùm 2. Vides ergo 6 non eſſe duplum 2, imò triplum: falſa igitur fuit Hypotheſis. Et quoniam duplum 2, eſt tantum 4, inueni autem 6, dico differentiam eſſe 2 cum ſigno Plus: quoniam tanto exceſsimus rei ṽeritatem. Fingamus igitur primum habuiſſe 6, accepit 1 ab altero: itaque fient 7, tantùm relinquetur alteri: Verùm quoniam 1 dediſſe intelligitur, habuit ab initio 8. Iam hic petit à priori 1, ita haberet 9: relinqueretur autem priori tantum 5. Rurſus 9 non eſt duplum de 5, ṽti ṽoluit Quæſtio: ſed abeſt ṽnitate, cùm duplum de 5, ſit 10. Scribo igitur poſitionem alteram, 6 ſcilicet, cum ſua differentia, 1 cum ſigno Minus. Iam per poſteriorem Regulam duco 3, in 1: fiunt 3: Item 6 in 2, fiunt 12, ſumma horum ṽalet 15.

Hypo- theses. *Diffe- rentiæ.*

3 ——— 2 P. *summa autẽ differẽtiarũ valet*
3. *Diuido igitur* 15 *per* 3, *exurgunt*
6 ——— 1 M. 5: *tantum habuit prior: adde huic* 1: *fiunt* 6, *quæ relinquuntur alteri post donationem vnius: ergo prius habuit* 7: *quibus si priùs* 1 *adiecerit, seruabit ille tantùm* 4, *alter habebit* 8 *duplum residui prioris, vti voluit Quæstio. Hanc Quæstionem alij de Mulo Asinóque proponunt gestantibus vini mensuras aliquot.*

Aspiciens quidam alterius loculos, inquit, Videris mihi istic habere 100 *aureos. Respondet alter, non sunt* 100, *verùm si dimidio plus & quarta parte & tertia parte augerẽtur, & insuper* 1, *tum demum* 100 *forent. Finge igitur fuisse* 12, *adde dimidium, scilicet* 6, *& tertiam partem*, 4, *& quartam partem*, 3, *& insuper* 1, *fient* 26 *tantum quæ distant à* 100 *per* 74. *Scribe igitur* 12 *cum differentia* 74, *& signo Minus. Rursus pone esse* 24 *aureos, quibus adde dimidium*, 12, *tertiam partem* 8, *& quartam partem*, 6, *&* 1: *fient* 51, *quæ distant à* 100 *per* 49.

Hypo. *Diffe.*

12 ——— 74 M
24 ——— 49 M.

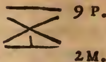
Nota igitur 24 *cum differẽtia* 49, *et signo Minus, tũ multiplica* 24 *in* 74, *exeũt* 1776.

1776. Item 12 in 49, exurgunt 588. Et quoniam signa sunt similia, aufer 588 ex 1776, restant 1188. Similiter aufer 49 ex 74, restant 25, Diuisor operationis. Diuide ergo 1188 per 25, exurgunt 47 $\frac{13}{25}$, tot habuit aureos, quorum dimidium, 23 $\frac{19}{25}$ tertia pars, 15 $\frac{21}{25}$ quarta pars, 11 $\frac{22}{25}$, quæ omnia simul efficiunt 99, quibus si vnum adieceris, 100 excrescunt.

Hic obiter notandum, ponendos esse numeros qui apti sint ad quæstionem. Vt quoniam dimidium, $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$ eiusdem numeri debebam adiicere, ponendus numerus diuisibilis in 2, 3, & 4, sicque difficultates maximas & labyrinthos quasi Fractionum siue Minutiarum effugeris.

Quidam habet argentea duo pocula, cum vno cooperculo quod valet 16 aureos: id si priori poculo addas, valebit quadruplum alterius, sin alteri adiicias, valebit hoc triplum prioris: quantum igitur singula valent pocula? Demus primum valuisse 4, his adiicio 16, exurgunt 20, quæ sunt quadruplum alterius, ergo alterum valuit 5. His rursus adiicio 16, exurgunt 21, quæ debebant esse triplum prioris, scilicet 12, superat igitur rem ipsam, 9. Rursus si ponam primum poculum 8, erit alterum 6, quibus adiectis 16, exurgunt 22, quæ absunt à triplo prioris, scilicet 24, per 2.

Hypo. Diffe.



Multiplica igitur 4, in 2, exeunt 8: Item 8 in 9, fiunt 72, quæ adde (quoniam ſigna diſsimilia ſunt) erunt 80. Itidem adde differentias quæ conſtituunt 11. Diuide iam 80 per 11, fient 7 $\frac{3}{11}$: Tantum valuit prius poculum. quibus adde 16, erunt 23 $\frac{3}{11}$, cuius $\frac{1}{4}$ valet 5 $\frac{9}{11}$, tantum valebat alterum poculum.

Ciſterna quædam tres fiſtulas in imo fundo obtinet, ſed meatus ſunt inæquales. Maiori enim aperto, effluit omnis humor 1 hora: mediocri aperto, effluit in 2 horis, minimo verò ſeorſum aperto, humor in 3 horis effluit: Quæſtio eſt, ſi omnia 3 aperiantur foramina, quanto temporis ſpacio humor omnis poſsit effluere? Finge in vna hora, hoc eſt, 60 Minutis: & tribue Ciſternæ aliquam certam menſuram pro libito: ſitque 12 Amphorarum. Iam vides in vna hora propter maius foramen, omnem effluxurum liquorem, hoc eſt, 12 Amphoras, ratione minoris, 6: dimidium ſcilicet, ratione minimi, 4: tertiam ſcilicet partem, quæ omnia efficiunt 22, cùm tamen vas poſitum eſt tantùm 12 continere Amphoras, ergo ſuperſunt 10. Rurſus pone dimidiam horam, hoc eſt, 30 Minuta: ergo effluxerit ratione maximi foraminis, 6, ratione

ne mediocris, 3, ratione minimi, 2, quæ omnia effi ciunt 11. Debebāt effluere 12: deest igitur 1. Operare secundum Regulam: inuenies 32 Minuta tēporis, & $\frac{8}{11}$ minuti vnius.

Poterat hæc quæstio quoq; absolui per regulam Consortij. Quia enim partes aquæ eodem tempore effluentis, se habent vt 1, $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: quære numerum sic diuisibilem, vt 6: vnde pro primo meatu pone 6, pro secūdo, 3, pro minimo, 2, quæ addita faciunt 11. Statue deinde Cisternæ 12 Amphoras. Et per Regulam Consortij dic, 11 diuident 12, quid accipiet 6? proueniet 6 $\frac{6}{11}$. quia verò maximus meatus absumit in hora, 12 Amphoras, quanto tempore absumet 6 $\frac{6}{11}$? inuenies ex Regula proportionum, 32 Minuta temporis, & $\frac{8}{11}$ vnius Minuti.

Hypo. Diffe.

Simile est, Potator quidam 60 ——— 10 P
solus exhaurit Cadum vini in
20 *diebus: verùm si vxor eū* 30 ——— 1 M
iuuerit, seruata proportione bibendi, 14 diebus vini tantundem absumunt: quanto ergo tempore sola vxor totum vas exhauriet? Rursus tribue vino aliquam mēsuram, scilicet 12, aut quemuis alium numerum, nempe 20 mensuras. Ergo maritus 14 diebus, 14 mensuras bibit, vxor reliquum, 6 scilicet. Dic igitur per regulam Proportionum, 6 men

ſuræ bibuntur ab vxore 14 diebus, quanto tempore 20? facit 46 $\frac{2}{3}$ dies. Itaque Regula Falſi non habes opus, cùm tamen & per eandem fieri poßit.

Finge enim vxorem exhaurire totum vas 21 diebus. Dic ergo 14 diebus exhauriet 6 Amphoras, quantum 21? colliges 9, ac ſic deſunt 11 menſuræ. Secundò pone eandem in 28 diebus idem vas conſumere potitando. Et quia in 14 diebus, 6 abſumit: ſequitur quòd in 28 diebus 12 amphoras abſumet, ac ſic deſunt 8. Igitur per priorē Regulam, duc 8 in 21, fiunt 168: Item 11 in 28, conſurgũt 308. Hinc aufer 168, reſtãt 140: quæ diuide per eorum differētiam, nempe 3: prodibunt 46 $\frac{2}{3}$ dies, quemadmodum ante inueneras.

Narrat Vitruuius, lib. 9, cap. 3 cum Hiero rex ſtatuiſſet diis ſuis votiuam offerre Coronam ex puro auro, mandaſſe id negotij Fabro, qui (vt ſæpe ſolent) ſublata auri portione, argenti tantundem commiſcuit. Quod quidem furtum citra Coronæ iam confectæ læſionem deprehendit Archimedes Syracuſanus, hunc in modum: Confecit maſſam ex auro puro eiuſdem ponderis cum Corona iam facta. Deinde aliam ex argēto puro maſſam, eiuſdem planè ponderis: dein tria hæc ſigillatim in labrum, aqua ad ſummum refertum immiſit:

effluen-

effluentem aquam ſubiecto altero vaſe diligentiſsimè excepit: atque hinc auri argentíque portionem deprehendit. Verùm praxim Vitruuius non adiungit: idcirco nos doctrinæ gratia, fingamus pondus Coronæ, duarúmque ſigillatim maſſarum fuiſſe 5 Lib. effluxiſſe prætereа dum aurea maſſa demitteretur in labrum, 3 Lib. aquæ: dum Corona immergeretur, 3 $\frac{3}{4}$ Lib. aquæ: dum argentea maſſa demitteretur, 4 $\frac{1}{2}$ Lib. Quæſtio igitur eſt, quanta ſit auri, & quãta argenti Coronæ portio? Operare per Regulam hoc pacto: Finge auri 3 Libras: ergo relinquentur argenti 2 Lib. Iam dic per Regulam Proportionũ, 5 Lib. auri, dant 3 Lib. aquæ: quantum tres Lib. auri? facit 1 $\frac{4}{5}$ Lib. aquæ. Item, 5 argenti Lib. dant 4 $\frac{1}{2}$ Lib. aquæ: quantum 2 Lib. argenti? facit 1 $\frac{4}{5}$ aquæ. Adde igitur aquam argenti & auri ſimul: ſcilicet 1 $\frac{4}{5}$ cum 1 $\frac{4}{5}$: exurgunt 3 $\frac{3}{5}$ Lib. aquæ: debebant autem eſſe 3 $\frac{3}{4}$ Lib. Exceſsimus igitur ſcopũ per $\frac{7}{20}$: quas nota cum prima Hypotheſi, ſcilicet 3, & ſigno exceſſus. Secundò finge auri extitiſſe Lib. 2: igitur argenti erant 3 Lib. Deinde rurſus dic, 5 Lib. auri dant 3 Lib. aquæ: quantũ 2 Lib. auri? facit 1 $\frac{1}{5}$ Lib. Item 5 Lib. argenti dant 4 $\frac{1}{2}$ Lib. aquæ: quantum 3 Lib. argenti? facit 2 $\frac{7}{10}$. Adde 1 $\frac{1}{5}$ cum 2 $\frac{7}{10}$: exurgunt 3 $\frac{9}{10}$ Lib. aquæ. Debebant eſſe 3 $\frac{3}{4}$: nam tantum aquæ

effluxit dum Corona immergeretur. Excessimus ergo rem ipsam per $\frac{13}{20}$. Operare igitur per Regulam: Multiplica $\frac{13}{20}$ per 3, exurgunt $\frac{39}{20}$: item $\frac{7}{20}$ per 2 exurgunt $\frac{14}{20}$, quæ substracta ex $\frac{39}{20}$, relinquunt $\frac{25}{20}$, siue $\frac{5}{4}$. Item aufer $\frac{7}{20}$ ex $\frac{13}{20}$, restant $\frac{6}{20}$, siue $\frac{3}{10}$. Diuide igitur $\frac{5}{4}$ per $\frac{3}{10}$, proueniunt $\frac{50}{12}$, siue $\frac{25}{6}$, hoc est $4\frac{1}{6}$ Libræ auri. Erant ergo tantùm $\frac{5}{6}$ Libræ argenti. Quod vt examines dic, 5 Libræ auri dant 3 Libras aquæ: quantum $4\frac{1}{6}$ auri? facit $2\frac{1}{2}$ Lib. aquæ. Rursus dic, 5 Lib. argẽti dant $4\frac{1}{2}$ Lib. aquæ, quantum $\frac{5}{6}$ argenti? facit $\frac{3}{4}$ Lib. aquæ: quas adde cum $2\frac{1}{2}$ Lib. exurgunt $3\frac{1}{4}$ Lib. aquæ: quantũ scilicet dum Corona immergeretur, effluxit.

Hypo.	Diffe.	
3	$\frac{7}{20}$	P.
2	$\frac{13}{20}$	P.

Hic obiter notandũ, non opus fuisse Archimedi, neque cuiquã alteri, qui velit huius rei periculum facere, confice vel auri vel argenti massas eiusdem ponderis cum Corona, vel quauis alia re examinanda: sed suffecerit quæuis pars notabilis ponderis auri vel argenti.

Hæc atque infinita alia exempla licet per Regulam Falsi perficere: quæ omnia recensere infiniti esset laboris, ac intolerabilis nauseæ. Habet enim sub se omnes Quæstiones antedictas, ac multo plures à nobis omissas: quales sunt omnes ferè

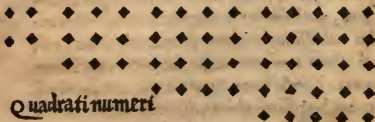
quæ

quæ per primam Regulam Coſæ, ſiue Algebræ, abſoluuntur. Tum plures earum quæ per ſecundam, tertiam, ac quartam eiuſdem diſſoluuntur: quanuis meminerim Chriſtophorum quendam Rodolphum Ianuerum dixiſſe, impoßibile fore, vt aliquod exemplorum quæ ſecunda, tertia, & quarta docet Regula, poßit per hanc abſolui. Quod vti ille verè dixit, ita nos oſtendemus, paulùm immutata noſtra Regula, aliter ſe habere: multáque per hanc poßibilia eſſe, quæ ille impoſſibilia exiſtimauit. Quod dico, non quòd illius induſtriæ ac diligentiæ quicquam detraham, neque quòd hanc Regulam cum illa (quam Coſæ dicunt) conferendam putem: ſed vt excellentiam huius Regulæ oſtendam, noſtrúmque in inuentione non penitus nihil valuiſſe ingeniolum, dum ea adiicimus, quæ ab altero nunquam dicta fuerunt. Quæ tamen omnia à perfectione Regulæ Coſæ antiquiſſimæ, quàm longiſſimè abſunt, cùm certitudine, tum etiam facilitate. At quandoquidem in his Exemplis quæ per ſecundam, tertiam, & quartam Coſæ, ſiue Algebræ, edocentur, Radicum Quadratarum & Cubicarum neceſſaria eſt cognitio: ad harum inuentionem primùm conuertere ſtylum ex vſu mihi eſſe videtur, ac eouſque Regulæ Falſi appendicem noſtrum ſuſpendere, quò neceſſaria huic rei,

multísque aliis Geometricis, ac Astrologicis quæstionibus explicata fuerint præcepta.

SEQVITVR DE RADIcum Extractione, primúmque de Quadratis.

QVadratum Geometræ appellant, Figuram planam, cuius 4 latera æqualia sunt inter se, omnésque anguli æquales recti: vnum verò latus, Costam appellant. Talis Figura producitur, si linea quæcunque ducatur in latus, eousque quò pertingit eiusdem Lineæ longitudo.



Simili ratione in Arithmetica dicimus, Quadratum numerum, qui ita per Vnitates collocari potest in quadrati figuram, vt omnia latera adinuicem æqualia euadant: quales hîc annotati cernuntur. Latus verò vnum vocamus Radicem Quadratã. Ac talis numerus Quadratus exurgit,

si nu-

si numerum quemuis ducas, hoc est multiplices in latitudinem longitudini æqualem, hoc est, per seipsum: Veluti quinquies 5, efficiunt 25. Dicimus igitur 25, numerum esse quadratum, cuius, 5 sit radix. Inuenire igitur radicem Quadratam alicuius numeri est numerum indagare, qui in se multiplicatus, constituat numerum propositum. Hîc ergo primùm oportet scire nouem Radices simplices, earúmque Quadrata, quorum cognitio dari debet ac poni, non inquiri. Habent autem se hoc modo.

Radices.	*Quadrata.*
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

His cognitis, aliorum numerorum maiorum Radices hoc modo inuestigentur: Ac subiiciatur, exempli gratia, numerus cuius Radicem inquirere statuimus, 119025. *Incipiens igitur à dextris, nota primam figuram puncto, deinde tertiam similiter, hinc quintam, ac sic deinceps pergito notare alternas figuras, vna intermissa, vt in nostro Exemplo,* 119025. *Hæ notæ præter vsum quem habent in opere, mox ostendunt quot notis scribi oporteat Radicem numeri propositi. Et quoniam Radicum*

extractio parũ à diuisione discrepat, incipe à sinistris & numeri ultimi siue una figura sit, siue duæ, qui est ab ultimo puncto deinceps, quære Radicem, aut si non habet, accipe proximo minorem. Vt in nostro proposito numerus ab ultimo pũcto, deinceps uersus sinistram, est 11, *qui in tabula Quadratorum non inuenitur, non est igitur Quadratus, sed proximo minus Quadratum est* 9, *huius radix est* 3. *Hanc Radicem sepone ad dextrã, secretam semicirculari linea, quemadmodum in Diuisione fieri solet: & simul Quadratum illud minus,* 9 *scilicet, aufer ex numero à puncto ultimo deinceps posito, scilicet ex* 11, *restant* 2: *quæ suprà scribe numero proposito, ut in Diuisione.*

Ac quod modò diximus	2	
in omni Radicũ extractio-	1 1 9 0 2 5	
ne primum est: nec amplius	· · ·	(3
repetitur, sed quod deinceps	9	

dicitur repetendum toties quot fuerint puncta reliqua. Dupla scilicet quicquid est per semicircularem lineam seiunctum, Duplum ponas medio loco inter punctum proximum uersus dextrã, si unica fuerit figura, sin duæ aut plures, collocabis reliquas ordine deinceps uersus sinistram. Vt, dupla 3, *exurgunt* 6: *quæ colloca sub* 9. *Deinde tanquam*

quam hoc Duplum ſit Diuiſor, vide quoties ſit in ſibi ſupraſcripto numero: Quotientem hunc aſcribe poſt lunarem lineam, ad dextram, vt in Diuiſione: ac eundem aſcribe etiam diuiſori ad dextram ſub puncto ſemper. Deinde multiplica hunc Quotientem iamiam inuentum in Diuiſorem cum figura adiuncta: Productum aufer ex ſuperiori ſupraſcripto, reſiduum ſupra alius collocando, vt in diuiſione. Vt, quoniam 6 continentur in ſuperiori, ſcilicet 29, quater: noto 4 poſt 3, & ſimiliter poſt 6, ſub puncto. Deinde multiplico 4 in 64, exurgunt 256, quæ ſubduco ex ſuperioribus, ſcilicet 290, reſtant 34, quæ ſupra alium numerum colloco.

Atque hæc adeò res eſt quam	~~2~~ 3 4
tantopere abhorrent iuuenum	~~1~~ ~~1~~ ~~9~~ ~~0~~ 2 5
animi, ob aliorum hac in re	· · ·
traditionem obſcuram, & la-	9 4 (34
byrinthi in modū intricatam.	2 5 6

nam quicquid reliquum eſt, non diſcrepat vel ſyllaba à Canone iam dicto. Qui toties repetendus, quot fuerint puncta reliqua, ſub quibus facta non eſt ſubſtractio aliqua. Vt, quoniam in noſtro Exemplo vnus adhuc reſtat punctus, duplabimus iterum quicquid eſt in lunari linea, ſcilicet 34, exurgunt 68, quod Duplum ſcribemus inter punctum

proximum, ponendo ſcilicet primam 8, ſub 2, alteram 6, deinceps ſub ∅. Iam inquiro quoties 68 in 342, vel 6 in 34 ſupraſcripto ſcilicet numero, in modum Diuiſionis: Et quoniam quinquies continetur 6 in 34, noto 5 poſt lunarem lineam, verſus dextram, & ſimiliter poſt Duplum, ſub puncto. Iam multiplico 5 in 685, exeunt 3425, quæ ſubducta ex ſuperioribus, nihil relinquunt. quod indicium eſt, numerum propoſitum fuiſſe verè Quadratum. Alioqui ſi quicquam in vltima ſubductione ſuperfuerit, tantum numerus propoſitus à Quadrato diſceßit.

	3 4
	1 1 9̸ ∅ 2 5
	· · ·
	6 8 5
	3 4 2 5 (345

Hìc notandum, Si ex multiplicatione Digiti in Quotiente ſcripti in Duplum cum addita figura, plus excreuerit, quàm vt à ſuperiori ſubduci poßit, tum delendus eſt ille Digitus, & in Quotiente & ſub puncto, & ſcribendus alius vnitate minor. Idque eouſque faciendum, quò numerus ex multiplicatione excreſcens poßit ex ſuperiori auferri. Exempli gratia, Quærenda Radix de 784, Primus Digitus erit 2, tanquam Radix de 7 proxima, eius Quadratum 4, ex 7 ablatum, relinquit 3: deinde

de dupla 2, fiunt 4, quæ poſita medio loco intra puncta, Diuiſoris loco habentur: quære igitur, quoties 4 in 38: Et quoniam 9 reperies, ſcribe 9 duobus locis dictis: deinde multiplica, exurgunt 441. Et quoniam excedunt ſuperiorem, deletis 9 vtroque loco, repone 8, ac deinde multiplica, ac ſubtrahe vt decet.

3
~~7~~84
· · (29
4|9
441

3
~~7~~84
48 (28
384

Secundò notandum, Si quando Diuiſor in ſuperiori non habetur: ſcribenda 0 *in Quotiente, vti etiam in Diuiſione dictum eſt. Ac tum rurſus incipiendum eſt à Canone extractionis Radicum: duplando ſcilicet totum quotientem, &c. Verum duplum illud ponendum eſt intra proxima alia puncta, vel ſi aliud non ſequatur punctum, abſoluta erit operatio.*

Exempla.

~~3~~~~6~~6025
· · ·
12
1205
6025

Radix (605

Aliud.

1 6 3 2

8 *Radix.* 40, *restant* 32.

Vt autem firmiùs hæreat hic Canon, vide qua ratione constructus sit. Sicut enim ex Radicibus, Quadrati numeri per multiplicationem exurgunt: sic etiam ex Quadratis rursum Radices colliguntur. Hoc vt facilius intelligas, partire numerum multiplicandum in tot partes quot scribitur figuris, & sic multiplicationem perfice. Vt volo 23 in se ducere. Primò ducuntur 3 in 3, deinde 3 in 2, deinde 2 in 3, & postremò 2 in 2. Dissoluto autē numero, ducūtur 3 in 20, & 3 in 3: item 20 in 3, & 20 in 20. Vnde colligimus in omni multiplicatione Quadrata, quamlibet partem numeri sic distincti, semel in seipsam duci, & bis in quamcunque aliam. Quod vt quarta secundi Euclidis docet, sic experientia videre licet. Facile igitur è contrario, eruemus Quadrata singularum partium, quæ semper in multiplicationum collectione, impares sedes obtinent. Deinde quoniam quilibet Digitus bis in quoscunque alios ducitur: ideo iam inuentum digitum duplamus, inquirimúsque quis sit Digitus qui in hoc duplum ductus, ac deinde

inde proximo loco in ſe ductus, numerum ſibi ſuprapoſitum deleat : Sícque pergimus donec tot habeamus Digitos Radicis, quot ſunt loca imparia in Quadratis.

Summa igitur huius doctrinæ eſt, Primò inuenienda Radix numeri, qui ab vltimo puncto verſus ſiniſtram eſt, &c. ídque tantùm ſemel. Secundò duplandum quicquid in Quotiente eſt: ídque ponendum intra puncta. Tertiò diuidendum per Duplum, quærendo quoties in ſuprapoſita habeatur. Quartò multiplicandus digitus inuentus in duplum, cum eodem Digito adiuncto. Tandem ſubducendum, & reſiduum ſuperiori loco notandum.

Ex reſiduo verò ſi quod fuerit, Minutias quodammodo colliges hoc pacto, Dupla Radicem inuentam, dein Vnitatem adiice, huic numero tanquam denominatori ſupraſcribito Reſiduum.

Alio modo ſi velis partes quaſcunque colligere, nomen illarum partium duc in ſeipſum: quod deinde prodit, duc in numerum cuius Radix quærenda eſt : Summæ huius inquire Radicem, Radix erit numerator partium. Exempli cauſa inquirere cupio Radicem de 200 : Igitur quoniam Quadratus numerus non eſt, volo inuenire in Minutiis ſiue partibus, eius Radicem, hoc eſt,

quot centesimas vel alias partes habeat Radix vltra integra. Nunc ergo doctrinæ gratia, centesimas libet inuenire: Multiplico igitur 100 *in se, hoc est, in* 100, *exurgũt* 10000, *quæ deinde duco in* 200, *exeunt* 2000000, *huius Radix,* 1414 *centesimæ, quæ sic scribi possunt* $\frac{1414}{100}$. *Quoniam ergo superior maior est inferiori, per regulas reductionum diuido superiorem per inferiorem, exurgunt* 14 & $\frac{14}{100}$, *hoc est,* $\frac{7}{50}$. *Habes igitur radicem de* 200, *esse* 14 $\frac{7}{50}$: *idque satis exactè. nam ne centesima quidem pars integri deest. Neque te fatiges nimis inquirendo Radicem, quia si prima inquisitione non inueneris, nunquam radix dari poterit legitimè operãdo. Nam plurimi numeri veris Radicibus carent atque hos Surdos vocant.*

Examen.

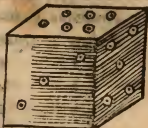
Multiplica Radicem iam inuentam in seipsam, producto adiice residuum si quod fuerit, si tum prior summa de qua Radicem inquisiuisti, redierit, bene es operatus, alioqui erratum fuisse alicubi ne dubites.

De Radice Cubica.

Quemadmodum Radix Quadrata, dicitur numerus, qui in se ductus, numerum constituit Quadratum, ídque à similitudine Quadratorum in Geometria vt diximus, ita Radix Cubica à Cubo

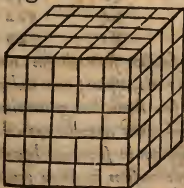
Geome-

Geometrico nomen ſortita eſt. Vt enim Cubus conſtat primùm ex ductu lateris vnius in alterum (ſic enim ſuperficies conſtituitur) deinde ex ductu eiuſdem Superficiei iam procreatæ in eandem lineam lateris, qualia ſunt corpora ea quæ teſſeræ nomen habent: Ita numerus Cubicus dicitur, qui conſtat ex ductu numeri alicuius in ſeipſum, deinde ex eiuſdem numeri ductu in productum. Ac talis primus numerus vocatur Radix Cubica.



Cubus, Teſſera.

Figura Cubici numeri.



Cubus 125, Radix 5.

Vt, duc 6 in ſe, hoc eſt in 6, exurgunt 36: quæ iterum multiplica per 6, exurgunt 216. Dicimus igitur 216 Cubum eſſe, 6, eius radicem Cubicam.

Talem igitur Radicem inquirere hoc loco docemus. Quemadmodum autem in Quadratis noſſe oportet nouem prima Quadrata, eorúmque Radices, ita hic præſcire nouem Cubicos primos numeros, eorúmque Radices oportet: Qui ſic habent,

Radices.	Quadrati.	Cubici.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Vt verò facilior ſit Radicum Cubicarum extrahendarum ratio, aſpice paucis Cubicorum numerorum ex ſuis Radicibus generationem. Contraria enim ratio erit eruendæ radicis. Si igitur numerus quiſpiam in ſe cubicè, hoc eſt, ſemel in ſeipſum: deinde rurſum in ſuum productum ducatur, numerus ſic generatus, Cubus vocatur. Idem ille Cubus producetur, ſi quiſpiam Radicem

ſuam

ſuam in quotuis partes fregerit, & quamlibet per ſe cubicè multiplicauerit partem: deinde cuiuſque partis triplum in Quadratum reliquarum partium vicißim multiplicauerit. Hoc pulchrè Cardanus in duabus partibus demonſtrauit. Verùm in Arithmeticis ſufficiunt oculares demonſtrationes pro diſcentibus. Ideo ſubiiciamus hunc numerum in ſe multiplicandum cubicè, 345. *Frangam illum in ſuas partes, nempe* 300, 40, 5. *Multiplico quamlibet partem in ſe cubicè; fiunt* 27000000, 64000, & 125. *Deinde Quadratum de* 300, *ſcilicet* 90000, *multiplico per triplum de* 40, *hoc eſt* 120, *fiunt* 10800000, *Item Quadratum vicißim de* 40, *hoc eſt* 1600, *duco in triplum* 300, *ſcilicet in* 900, *fiunt* 1440000. *Deinde accipio has duas partes pro vna, quæ erit* 340. *Huius quadratum* 115600, *duco in triplum reliqui numeri, hoc eſt in* 15, *fiunt* 1734000. *Vicißim autem Quadratum huius, nempe* 25, *duco in triplum illius, hoc eſt in* 1020: *producuntur* 25500. *Iam tandem tres Cubicos numeros cum quatuor aliis productis colligo in vnam ſummam, ac colligo* 41063625. *Hanc eandem ſummam colligo ſi* 345 *in ſe ducam, & rurſum in ſuum productum. Ita contraria via, Cubi fiunt, ac Radices extrahuntur. Vides enim quo-*

modo in Cubi productione tot sunt Cubi particulares, quot erant in Radice figuræ: & quilibet cubus suum locum obtinet ab altero duobus distantem locis. Deinde cuiuslibet numeri, à sinistris incipiendo, Quadratum, ter in præcedentem multiplicatur: & vicissim, Quadratum præcedentis, ter in sequentes coniunctim ducitur. Vnde non mirum est in extractionibus Radicum opposita procedi via. Poterat hoc quod diximus Geometricis demonstrationibus corroborari: sed vt diximus, in Arithmeticis sufficiunt inductiones ab experientia factæ: quoniam numeri sensibus subiecti sunt.

Inquisiturus ergo radicem Cubicam numeri cuiuspiam maioris quàm 1000, (*minorum enim ars non existit, nisi per Fractiones, vt docebimus, aut ex hac tabella*) *Primam figuram signa puncto: deinde intermissis duabus figuris, quartam: ac ita deinceps ad finem, à dextris læuam versus accedendo, omissis duabus figuris, sequẽtem puncto signa: vt hic vides* 41063625. *Atque hîc rursus vt in Quadratis, quot fuerint puncta, tot erunt figuræ Radicẽ Cubicam nmmeri propositi explicantes, propter causas dictas. Vide etiam quæ sit Radix Cubica numeri, qui est ab vltimo*

timo puncto deinceps ad ſiniſtram: ſiue is vna figura fuerit, ſiue binæ, ſiue etiam ternæ: Si verò radix in promptu non fuerit, quære numerum hunc in Tabella inter cubicos: Quòd ſi non reperiatur, vide proximè minorem: eiúſque Radicem nota ſeorſum, vt in Quadratis. Veluti in noſtro exemplo, quære 41 inter Cubicos. Verùm quia non habetur inter illos, accipio proximè minorem, 27 ſcilicet: cuius Radix Cubica eſt 3: ea nota ſeorſum. Deinde Cubicum hunc (veluti 27 in noſtro exemplo) ſubduc ex numero propoſito à puncto vltimo deinceps, ſcilicet 41: reſtant 14, ea ſupraſcribe, quemadmodũ in Diuiſione & in Quadratis dictum eſt.

Atque hoc in omni	14
Radicũ inquiſitione pri-	41063625
mum eſt preceptũ: nec	• • •
deinceps repetitur. Ve-	27 (3

rùm ſequens Canon toties repetendus eſt, quot fuerint puncta reliqua.

Tripla ſcilicet quicquid in Quotiente eſt: Triplum ponito ſub figura proxima pũcto præcedenti verſus læuã: ſi plures fuerint figuræ, collocentur reliquæ ex ordine. Deinde rurſus multiplica eundem Quotientem in Triplum (vel Quadratum Quo- 22
tiẽtis tripla, idem enim efficies) Productam nota

versus læuam, semotius quàm Triplum inceperis, & loco inferiori: vt sint iam duo numeri distincti, quorum prior Triplum, alter Diuisor à nobis iam vocabitur.

Per hunc Diuisorem, qui est Triplum	14
	✱1063625
Quadrati Quotientis,	· · ·
diuides numerum sibi	9 Triplum
suprascriptum, adiecta	27 Diuisor (3

tamen conditione sequenti. Diligenter considera quoties Diuisor hic in numero suprapositio contineri posit: hunc quotientem adscribe priori, versus dextram. Deinde hunc Digitum siue Quotientem inuentum, duc in Diuisorem: productum eidem Diuisori subiice. Mox eundem Digitum seu quotientē duc in se, siue (vt vocant) quadra, quadratum deinceps in Triplum: productum huic Triplo subiice, & loco inferiori quàm prius productum. Tandem eundem Digitum seu Quotientem cubica, hoc est multiplica in se, rursumque in productum: Cubicum hunc sub puncto notato, & loco infimo. Tria igitur hæc producta in vnam summam collecta, eo tamen ordine quo ponuntur, si possunt à superioribus subduci, subduc: & residuum suprascribe. Sin minus, minuendus est Digitus ille Quotientis eousque, ac tentandum per

multi-

multiplicationem ac additionem, quò ſubduci poſſit à ſuperiori : manente ſemper Diuiſore & Triplo. Vt in noſtro exemplo, tripla Quotientem, ſcilicet 3, exurgunt 9, quæ ſcribe ſub 6 : deinde multiplica eadem 3 in 9, exeunt 27 : quæ collocantur vna figura deinceps verſus læuam, & loco inferiori. Diuide igitur 140 per 27, atque comperies quater contineri in 140. Scribe igitur 4 apud 3. Iam multiplica 4 in 27, exeunt 108, quæ notanda ſunt ſub 27. Secundò multiplica 4 in ſe quadratè, hoc eſt ſemel, exeunt 16: hæc duc in Triplum, ſcilicet 9, exurgunt 144, collocanda ſub Triplo. Tertiò multiplica 4 in ſe cubicè, hoc eſt bis, exeunt 64, ſtatuenda ſub puncto : tandem collectis his tribus productis in vnam ſummam, prodeunt 12304. Quæ aufer ex ſuperioribus, ſupraſcripto reſiduo, 1759.

1
14759
41063625
. . .

9
27 *Diuisor.* (34

108

144
64 *Cubus.*

12304 *Summa.*

Hæc igitur summa est totius operationis. Nam quicquid deinceps restat, ne puncto quidem differt à iam dicto Canone. Ne tamen per socordiam videamur defuisse studiosis, repetemus operationem Canonis per exemplum propositum.

Tripla igitur totum Quotientem, scilicet 34 *exeunt* 102, *quæ colloca ita vt prima sit sub figura quæ proximè sequitur punctum præcedens, reliquæ ex ordine. Deinde rursus multiplica totum Quotientem, nempe* 34, *in Triplum scilicet* 102, *surgunt* 3468, *ea colloca sub Triplo: verùm vt vno loco post Tripli initium sumat exordium. Hic igitur numerus, Diuisoris vice fungitur. Vide iam quoties in superiori contineatur. Quoniam ergo* 3 *in* 17 *tantùm quin-*

quies

quies habentur, adiunges 5 ad Quotientem: deinde multiplica 5 in 3468 Diuisorem, hinc crescunt 17340 collocanda sub Diuisore. Secundò multiplica Quadratum eiusdem Digiti postremò in Quotientem additi, quod est 25, in Triplum, scilicet 102, nascuntur 2550, notanda sub Triplo. Tertio duc eadem 5 iam postremò in Quotientem posita in se bis, hoc est cubicè, oriuntur 125, statuenda sub puncto. Tandem tria hæc procreata siue producta, in vnam summam collecta, eo ordine quo posita sunt, efficiunt 1759625: quæ ex superioribus extracta nihil relinquunt. Quod indicium est, numerum propositum ab initio fuisse verè Cubicum. Atque iam inuenisti Radicem Cubicam eius esse 343.

Hîc quoque idem notandum, quod in Quadratis monuimus, dum per diuisionem nullus Quotiens inueniri potest, scribendum esse in Quotiente Cyphram 0, ac tum rursus incipiendum à Canone: primò triplando,

```
     1759
  ̶4̶1̶0̶6̶3625
   .   .   .
        102
     3468      (345
  ----------------
    17240
       2550
          125
  ----------------
   1759625
```

triplum vero sub figura proxima à puncto praecedente ponendo, ac reliqua ex ordine. Vide exemplum sequẽs, 1295543 16: Huius Radix, est 506: ac restant 100. Item huius 8061234, Radix est 200: restant verò 61234.

Atque ideo huiusmodi Numeri non sunt Cubici, neque eorum Radix vnquam inueniri poterit quin semper vel minimum desit vel supersit. In partibus siue Fractis tamen exactè vsque adeò inquiri potest Radix eorum Cubica, vt parum omnino & sensum fugiens desideretur: Quod hoc pacto fit: Multiplica nominatorem Fractionis in se Cubicè, hoc productum duc in Numerum cuius Radix inuenienda proponitur, totius huius producti inquire Radicem Cubicam, ea ostendet quot tales particulas, quales scire voluisti, contineat Radix.

Exempli gratia, Volo inquirere quot centesimas habeat Radix Cubica de 623, ob id duco in se Cubicè 100, fiunt 1000000, per hunc multiplico 623, exurgunt 623000000: huius Radix Cubica, est 854, & restant 164136. Pronuncio igitur Radicem Cubicam de 623 esse $\frac{854}{100}$, hoc est, 8 integra & $\frac{54}{100}$, quae valent dimidium & $\frac{1}{25}$. Ita potes non solùm centesimas partes, verùm millesimas, & millesimarum millesimas inquirere, & non

non solùm in Integris, verùm etiam in Fractis siue Minutiis.

De partibus siue Minutiis.

SI partium Radicem Quadratam vel Cubicam inuenire desideras, quære Radicem Numeratoris, & Radicem Denominatoris: quæ duæ, Radicem explicabunt: Vt Radix quadrata de $\frac{16}{25}$, est $\frac{4}{5}$. Item Radix Cubica de $\frac{27}{64}$, sunt $\frac{3}{4}$. Cùm verò alter eorũ radice caruerit, frustra inquiras in altero. Vt $\frac{16}{27}$, quanuis Radix Quadrata de 16 detur, quoniam tamen 27 Radicem Quadratam non habet, dico fractionem Radice carere. Contrà, 27 quanuis Radicem habeant Cubicam, tamen fractionem carere dico Radice Cubica, quia 16 non habent Radicem Cubicam. Ita $\frac{16}{17}$ neque Radicem Cubicam, neque Quadratam habent. Potest tamen in huiusmodi inquiri Radix in minimis particulis, & ad sensum non fallens, per Regulam antea datam de Surdis numeris in integris.

Aut si breuiori via lubet hoc negotium absoluere, præpone & Numeratori & Denominatori aliquot Cyphras, vtrisque tamen æquè multas. Deinde vtriusque quære Radicem, eritque Radix Numeratoris, Numerator, & Radix Denominatoris, Denominator Minutiarum Radicẽ expli-

cantiū. Vt libet ſcire Radicem dodrātis, ſiue $\frac{3}{4}$, præpono & Numeratori & Denominatori quatuor Cypras, hoc pacto, $\frac{30000}{40000}$, Deinde quæro Radicem ex 30000, quam colligo 173. Simili modo quæro Radicem ex 40000, quæ valet 200: Vnde concludo Radicem ex $\frac{3}{4}$ eſſe $\frac{173}{200}$.

Qualiter verò aliæ Radices Numerorum, quales ſunt Quadrata Quadratæ, Quadrata Cubicæ, Surſolida vt vocant, ac aliæ omnes in infinitum inquirantur, dicemus, ſi Deus annuerit, cùm de Regula Algebræ, ſiue Coſæ tractabimus ſeorſum. Iam breuibus aliquot Quæſtionibus vſum harum oſtendemus: qui tamen in Geometria ac Aſtrologia, in immenſum patet.

Quæſtio prima.

Turris quædam alta 200 pedes, in ambitu habet foſſam 60 pedum: Iam ab vlteriori ripa ad cacumen turris, fabricanda ſcala eſt: Eius longitudinem ſic inuenies: Multiplica 200 in ſe quadratè, exurgunt 40000: Similiter 60 in ſe, efficiunt 3600, quæ adde ad prius Quadratum, nempe 40000, exurgunt 43600. huius Radix Quadrata, ſcilicet 208 $\frac{14}{17}$ quaſi, oſtendit longitudinem ſcalæ fabricandæ. Cuius ratio eſt, quoniam hîc intelligitur

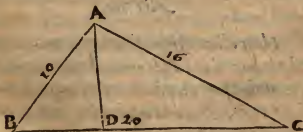
telligitur Trigonus rectangulus, cuius duo Quadrata minorum laterum perpetuò tantundem faciunt, quantum, maximi lateris Quadratum, per penultimam primi Euclidis.

Quæstio secunda.

Ex eodem fundamento, Si habeas scalam 100 *pedum, eámque remoueas* 20 *pedibus à turri, scies quantum protenditur in turrim. Multiplica enim* 100 *in se, fiunt* 10000, *similiter* 20, *sunt* 400, *quæ aufer ex* 10000, *restant* 9600: *cuius Radix Quadrata per modum iam traditum inuēta, indicabit quantum in turri protenditur scala: nempe paulò minùs* 98 *pedibus.*

Quæstio tertia.

Proponitur ager trigonus non rectangulus, cuius tria latera sunt nota, 16, 10, 20: *Verùm capacitas siue quantitas agri triangularis non potest commodè sciri, nisi cognita linea perpendiculari,*



ex angulo maiori ad latus oppositum, qualis est

AD: quam si multiplicaueris in medietatem BC, exurgit vera area aut superficies agri. Ergo vt lineam AD, per numeros inuenias, per decimam tertiam secundi Eucludis, multiplica vnumquodque latus in se, fiunt 100, 256, *&* 400 : *deinde adde duo maiora Quadrata, scilicet* 256, *cum* 400, *exurgunt* 656. *Hinc aufer minimum Quadratum, scilicet* 100, *restant* 556, *hæc media semper, fiunt* 271; *ea diuide per maximum latus, scilicet* 20, *fiũt* 13 $\frac{9}{10}$, *linea DC, semper maior scilicet portio basis, ergo reliqua BD,* 6 $\frac{1}{10}$. *Iam vt habeas lineam AD duc in se* 6 $\frac{1}{10}$, *fiunt* 37 $\frac{21}{100}$: *Item duc in se* 10, *fiũt* 100, *aufer minus à maiori, restant* 62 $\frac{79}{100}$, *cuius Radix Quadrata longitudinẽ AD, perpendicularis ostendit, videlicet circiter* 7 $\frac{9}{10}$ *&* $\frac{19}{79}$ *vnius decimæ, quæ si multiplices per dimidium basis nempe* 10, *exurgunt* 79: *tantum continet area trigoni, ac amplius paulò plus* $\frac{1}{4}$.

Alia via.

Idem aliter efficies sine cognitione perpendicularis, hac via: Adde omnia latera, exeunt 46, *hæc media, fiunt* 23, *hinc aufer singula latera, restant* 13, 7, 3, *hæc tria residua duc in inuicem, primùm* 13 *per* 7, *fiunt* 91, *hæc per* 3, *fiunt* 273. *Hoc productum rursus multiplica per medietatem om-*

nium

nium laterum 23, producuntur 6279, huius Radix Quadrata 79, paulò plus $\frac{1}{4}$, quantitatem areæ oſtendit. Si velis hanc Quæſtionem clarius intueri per numeros non ſurdos, tum ſtatue latera, 15, 20, 25, ſic inuenies aream 150.

Vas ſphæricum quoddam continet 60 ſextarios liquoris, eius diameter 14 palmos obtinet. Conficiendum eſt Cubicum corpus eiuſdem capacitatis cum ſphærico, quæritur longitudo Cubici corporis. Hoc vt efficias, inquiras capacitatem ſphæræ ex Diametro notã: Exempli gratia, ſtatura eſt 14 palmorum, hos multiplica bis in ſe, hoc quod vocant, cubicè, fiunt 2744, deinde per Regulam Geometricam ex Archimedis inuentione repertam, duc 2744 in 11, exurgunt 30184, eã diuide per 21, inuenies 1437 $\frac{1}{3}$. Hanc enim volunt eſſe capacitatem ſphæræ, ſecũdum diametrum notam: hoc eſt ſphærã & Cubum, ſi eiuſdem altitudinis fuerint, eſſe in proportione 11 & 21. Igitur ſi Radicem Cubicam de 1437 $\frac{1}{3}$ inquiras, habebis latus Cubici corporis, quod æquale fiet ſphærico, ſcilicet 11. palmos & $\frac{7}{25}$ quaſi.

AT quoniam harum quæſtionum Geometricarum enodationes, Geometriæ non mediocrem requirunt peritiam; impræſentiarum miſſas has facere ſtatuimus, ac ab libellum de Geome-

triæ praxi seruare.

Et iam finem facerem, nisi in memoriam venire promissionis de Regula Falsi, qua ratione ea liceat vti in exemplis secundæ, tertiæ & quartæ regulæ, quam vocant Cosæ, quod ante nos nemo tentauit. Verùm vt rem breuibus accipias, proponenda prius exempla sunt.

Est autem quædam quadrangularis, continens in superficie 200 cubitos quadrangulos: eius longitudo est dimidio maior latitudine: Quæritur & longitudo & latitudo. Per Regulam ergo Falsi, pone latitudinem 4 cubitorum, erit longitudo 6: duc in inuicem, exurgunt 24, debebant esse 200, absumus igitur à scopo 176. Rursus pone latitudinem 20, erit longitudo 30, duc hæc in inuicem, exurgunt 600, excedunt scopum 400. Huc vsque omnia Regulæ Falsi consonant. Sed iam multiplica Hypotheses in se quadratè, 4 scilicet & 20, fiunt 16 & 400: hæc Quadrata sint tibi Hypotheses, ac deinceps cum differentiis 176 & 400 operare, vt in Regula falsi docuimus: Multiplica scilicet 16 per 400, fiunt 6400: similiter 400 in 176, fiunt 70400: hæc adde, exurgunt 76800: Similiter adde differentias, fiunt 576. Diuide iam 76800 per 576, habes 133 $\frac{1}{3}$: huius quære Radicem Quadratam, ea latitudinem tibi ostendet, scilicet

licet 11 $\frac{27}{50}$ paulò plus. Ergo longitudo 17 $\frac{31}{100}$ paulò plus. Hi duo numeri in inuicem ducti, 200 fere constituunt. Neque vnquam vera longitudo aut latitudo numeris exprimi potest.

Regula Falsi vnius positionis.

HAEc exempla & plura alia commodius faciliúsque fient per vnam positionem. Cùm enim operatus fueris cum hypothesi data ad finem vsque Quæstionis secundum tenorem Exempli, si non assecututus es scopum, tum diuide numerum propositum, qui tanquam Regula proponitur per vltimum tuæ operationis numerum producti quære Radicem, si exemplum fuit secundæ regulæ Cosæ, aut Cubicam, si tertiæ: aut denique Radicis radicem, si quartæ fuit, per radicem multiplica primum numerum positum à te, prouenit numerus quæsitus.

Quod prius propositum fuit repetamus. Sit ergo latitudo 10, erit longitudo 15, quæ duc in inuicem, prouenit 150. Sed debebant esse 200. Diuide igitur 200 per 150, prouenit 1 $\frac{1}{3}$, cuius si Radicem multiplices per 10, prouenit 11 $\frac{12}{23}$ quasi, quæ parum à superiori differunt.

Eſt autem hæc Regula ex Regula proportionum, ſiue de tribus numeris, formata. Vnde quoque alio poteris operari modo. Dices enim, ſi 150 prodierunt ex 10 longitudine, vnde ſurgent 200? Verùm in hoc propoſito neceſſe eſt hypotheſim, ſcilicet 10, in ſe ducere, vt fiat nùmerus ſuperficialis, hoc eſt, ex duorũ multiplicatione productus quales ſunt & reliqui numeri in regula poſiti. Eſt enim proportio inter quantitates eiuſdem generis tantùm. Ergo duc 200 in 100, fiunt 20000, quæ diuide per 150, collige 133 $\frac{1}{3}$, huius quære radicem, ſic colliges longitudinem 11 cubitorum & $\frac{12}{23}$ fermè. Eodem modo in aliis agito.

Tres ſunt numeri in dupla proportione, ſi Quadrata eorum coniungantur, efficiunt 189: Finge primum 2, erit ſecundus 4, tertius 8, Quadrata ſunt 4, 16, 64, quæ ſimul reddunt 84: Sed debebant eſſe 189. Diuide igitur 189 per 84, proueniunt $\frac{9}{4}$, cuius radix $\frac{3}{2}$, quæ duc in primum, ſcilicet 2, proueniunt $\frac{6}{2}$, ſiue 3, qui erit primus numerus, ſecundus, 6, tertius, 12, Quadrata 9, 36, 144, quæ ſimul faciunt 189, vt volebat Quæſtio.

Emi 60 vlnas panni pro aliquot aureis, qui quot numero ſunt, tot vlnas habeo pro 16 aureis.

Volo

Volo scire aureorum summam. Pone 20. Iam dic, 20 aurei dant 60 vlnas, quot 15 aurei? facit 45 vlnas: at debebant esse 20 tantùm vlnæ, quot scilicet sunt aurei. Diuide igitur 45, quia hic est tanquam scopus propositus, per 20, Hypothesim scilicet, proueniunt $\frac{9}{4}$, quorum radix valet $\frac{3}{2}$, quæ duc in 20, proueniunt 30. Aut pone precium panni 20 aur. Deinde dic, 60 vlnæ constant 20 aur. quanti 20? prodibunt per Regulam $\frac{20}{3}$. Iam dic $\frac{20}{3}$ prodeunt ex 20, ex quibus prodibunt 15? Duc Hypothesim in se, fiunt 400: hæc duc in 15, productum diuide per $\frac{20}{3}$, prodeunt 900: quorum Radix est 30, qui est numerus quæsitus.

Quadratum propositum est, quod 154 obtinet pedes: Volo ex Archimedis Regula Circulum illi æqualem describere: quæro quanta debeat esse Diameter: Finge 7 pedum: igitur secundum Archimedis inuentum, Peripheria habet 22, area 38 $\frac{1}{2}$. Sed debebāt esse 154: igitur diuide 154 per 38 $\frac{1}{2}$, proueniunt 4: horum radix valet 2, quæ duc in 7, proueniunt 14, tantus erit Dimetiens.

Mercatores aliquot inito consortio, adferunt singuli decies tot aureos quot sunt mercatores: lucrantur centenis singulis aureis bis tot aureos quot sunt mercatores: lucri dimidium ostendit quantum quisque attulerit: Quæstio est

de numero mercatorum, & aureorum. Demus igitur 5 fuisse mercatores, adferunt singuli 50 aureos: summa producit 250 aureos. Lucrantur per 100, 10 aureos, quantum per 250? facit 25. huius dimidium 12 $\frac{1}{2}$ debebat ostendere quantum quisque attulerat, scilicet 50. Diuide igitur 50 per 12 $\frac{1}{2}$: proueniunt 4: quorum Radix Quadrata 2, ducta in 5, facit 10 mercatores.

Consumpti sunt in symposio 75 denarij: soluit quisque conuiuarum tertiam partem numeri illius qui conuiuas exprimit, quot erant conuiuæ? & cætera. Finge 12: ergo quiuis soluit 4 denarios, vtpote $\frac{1}{3}$ de 12: quæ duc in 12, exeunt 48: Debebant autem persoluere 75. Diuide igitur 75 per 48, proueniunt $\frac{25}{16}$, cuius Radix $\frac{5}{4}$: ea multiplica in 12, exurgunt 15 conuiuæ.

Mercatores quidam ignoto numero, inito consortio conferunt singuli decies tot aureos quot ipsi sunt numero mercatores: lucrantur singulis centenis, totidem aureos quot sunt homines ipsi numero. Iterum solo lucro negociantur, & lucrantur singulis centenis vt prius: compertum autem est sortem ipsam vigesies & quinquies tantùm valere quantùm lucri lucrum: quot erant nego-

negociatores? & cætera. Finge 10*, ergo singuli contribuunt* 100*, summa facit* 10000*. Lucrantur per* 100*,* 10 *aureos: ergo per* 1000*, lucrantur* 100*. Hoc lucro rursus negociantur, ac lucrantur* 10*, quæ debebant esse vicesima quinta pars sortis, scilicet* 1000*. Sed vicesima quinta pars est* 40*, igitur diuide* 40 *per* 10*, fiunt* 4*: quorum Radix Quadrata* 2*, ducta in* 10*, facit* 20 *mercatores. Adfert quisque* 200 *aureos, summa* 4000*, lucrantur per* 100*,* 20*: ergo per* 4000*,* 800*. Hoc lucro rursus negociantur, ac lucrantur* 160*: quæ multiplicata per* 25*, efficiunt sortem præscriptam* 4000*.*

EX TERTIA REGVLA Cosæ, siue Algebræ.

IN tertia Regula Algebræ vbi prius multiplicasti quadratè, hîc multiplica cubicè, hoc est, bis in se. Simili ratione vti præcedenti Regula Radicem Quadratam inquisiuisti, hîc Cubica inquirenda est: cætera non mutantur, siue per vnam positionem, siue per duas operatus fueris.

Murus est extruendus Quadratus, qui contineat 432 *lapides Cubicæ figuræ. Volo autem vt*

longitudo latitudini ſit æqualis: ſed altitudo, $\frac{1}{4}$ longitudinis: quæro quæ ſit longitudo, latitudo, & altitudo? Finge longitudinem 4, & latitudinem ſimiliter 4, erit altitudo 1. Multiplica igitur longitudinem per latitudinem, 4, per 4, exurgunt 16: ea duc in altitudinem, 1 ſcilicet, manent 16. Debebant autem eſſe 432. Igitur diuide 432 per 16, exurgunt 27, quorum radix Cubica 3, ducta in 4, facit 12, tanta erit longitudo & latitudo, altitudo 3.

Murum conſtruere ſtatui, cuius longitudo latitudine ſiue craßitie ſit dimidio maior: & altitudo dimidia parte maior longitudine: continebit autem in ſumma 5832 lapides cubicos, hoc eſt, hexædros, ſiue ſex ſuperficierum æqualium, & laterum æqualium: quæritur longitudo, latitudo, & altitudo. Finge minorem, nempe craßitiem, 2, erit longitudo 3, altitudo, 4 $\frac{1}{2}$: duc hos in inuicem, ſcilicet 2 in 3, fiunt 6. hæc per 4 $\frac{1}{2}$, exurgunt 27. Debebant autem eſſe 5832. Hæc igitur diuide per 27, exurgunt 216, harum Radix Cubica 6, ducta in primam Hypotheſim, ſcilicet 2, facit 12: ea erit craßitudo, longitudo 18.

Quidam incerta pecuniæ ſumma emit piperis tot Lib. pro Vno aureo, quanta eſt medietas aureorum omnium: Vendens deinde piper, accipit pro

pit pro 25 Lib. tot aureos quot ab initio expendit: ac in fine 20 tantùm aureos habuit. Quæritur & pecuniæ & piperis quantitas. Finge ipsum 50 habuisse aureos: ergo pro vno aureo emit 25 Lib. piperis: si pro vno 25, quantum pro 50? facit 1250 Libr. piperis. Vendit 25 Libr. pro 50 aureis: ergo 1250 pro 2500. Sed debebat habere tantùm 20 aureos. Diuide igitur 20 per 2500, producuntur $\frac{20}{2500}$, siue $\frac{1}{250}$, aut tandem $\frac{1}{125}$. huius Radix Cubica valet $\frac{1}{5}$. hanc duc in 50, exurgunt 10 aurei, quos ab initio habebat mercator.

Vt autem possis notare quænam Exempla sint primæ Regulæ Algebræ, quæ secundæ, & quæ tertiæ & cætera, hoc est, in quibus sit inquirenda Radix Quadrata, in quibus Cubica, & sic de reliquis: nota diligentissimè operationis processum: Nam si thesis seu positio non multiplicatur per alium numerum, tunc sub prima Regula cadit Exemplum, nec opus est Radicis extractione. Si verò semel multiplicatur per alium ex progressu operationis inuentum: tum incidisti in secundam regulam Algebræ, ac opus erit Radicis Quadratæ inuentione. Quòd si positio in alium per operationem inuentum ducitur, & productum rursum vel pars eius in alium: tunc Cubica

Radice opus eſt. Similiter iudicabis de reliquis Regulis ſeu Radicibus ſecundum multiplicationis repetitionem.

EX QVARTA regula Coſæ.

ET hic idem modus operandi eſt qui in præcedentibus, tantùm mutato nomine Cubi in Quadrati quadratum, & Radicis Cubicæ in Radicis radicem. Vocamus autem Quadrati quadratum numerum, qui ex ductu Quadrati alicuius in ſeipſum producitur. Vt cùm 9 ſint Quadratum de 3, erunt 81 Quadrati quadratum: & ratione hac, 3, Radicis radix de 81. Radix enim de 81, valet 9, huius item Radix 3.

Duo ſimul inſtituunt negotiationem: ſed prior quadruplo plus habet pecuniæ quàm alter. Emit idem piperis tot Lib. pro vno aureo, quot habet in ſumma aureos. Deinde rurſus vendens piper, accipit pro 16 Lib. piperis, tot aureos, quot valet centeſima pars Librarum piperis. Alter enim crocum, pro vno aureo tòt Lib. quot habet aureos, vendens crocum, accipit pro vna Lib. croci, dimidio plus quàm prior accepit pro 16 Libr. piperis.

piperis. Tandem nummos computantes, inueniunt 250. Quæritur vtriusque summa. Finge priorem habuisse 80, ergo posterior 20. Item, emit prior pro vno aureo 80 lib. ergo pro 80 aureis 6400 lib. Vendens iam piper accipit pro 16 lib. 64 aureos, vtpote centesimam de 6400, Iam dic, 16 valent 64, quantum 6400? facit 25600. Alter emit crocum, pro vno aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 400 lib. vendit vnam libram dimidio pluris quàm prior 16 libras piperis, scilicet pro 96. Iam dic, 1 lib. pro 96 aureis, quanti 400? facit 38400. Hanc summam coniunge priori, scilicet 25600, facit 64000, sed debebant esse 250 tãtùm. Igitur diuide 250 per 64000, fiunt $\frac{25}{6400}$, *quæ valent* $\frac{1}{256}$: *Huius Radicis radix est* $\frac{1}{4}$, *nam Radix prior 256, est 16, cuius deinde Radix valet 4. Vnitatis autem Radix semper est 1. Quòd autem in hac Quæstione opus sit extractione Radicis Quadratæ ex quadrata, id in operationis progressu colligitur, vt monuimus, ex multiplicationis repetitione. Vt cùm dicis, emit pro aur. 80 Libras, ergo pro 80 aureis 6400 Lib. hìc vnã multiplicationem perfecisti. At cùm dicis, 16 valent 64, quantum 6400? facit 25600. Hìc triplicem facis multiplicationem, eo quòd duo numeri propositi in Regula ambo sint semel multiplicati.*

Nam 6400, excreuerant ex ductu 80, in 80. Item 64, erant centesima pars ex 6400, pars verò & totum, eiusdem hic æstimantur naturæ, sicut quælibet pars lineæ, linea est, & pars superficiei superficies. Hoc autem admonere volui, quia difficultatem habet non exiguam. Igitur multiplica 80 per $\frac{1}{4}$, proueniunt 20 aurei pro priore, 5 pro altero. Emit prior pro vno aureo 20 Lib. ergo pro 20 aureis 400 Lib. Accipit pro 16 Lib. piperis, 4, nempe centesimam partem de 400, igitur pro 400 Libris, 100 aureos. Alter emit croci 5 Lib. pro vno aureo, igitur pro 5 aureis, 25 Lib. Vendit vnam Lib. pro 6 aureis, hinc est quòd 25, pro 150, vendidisse constet. Iam 150 cum 100 aureis, efficiunt 250 aur. vti voluit Quæstio.

Hæc adiicere tempestiuum mihi videbatur, vt Radicum vsum nonnihil declararem, quas alioqui nisi huiusmodi illecebris allecti fuerint, multi tanquam Cyclopum scopulos penitus fugiunt. Scio equidem, & fateor, nihil ista esse ad perfectionem illam Regulæ illius diuinæ Algebræ, quum multa sint erotemata similia etiam secundæ vel primæ regulæ, quæ sine Algebræ perfecta cognitione absolui nequeunt: vt interim omittam omnia quintæ, sextæ, septimæ, ac reliquarum Regularum Exempla, quæ perpulchrè Christophorus Ianuer in ordinem

nem digeßit, & Hieronymus Cardanus profundißimis adinuentionibus ampliauit. Sed hæc veluti præambula ac progymnaſmata ſint ad illa altiora, quæ aliquando, Deo fauente, in lucem dabimus, faciliori (vt ſperamus) ordine ac methodo, quàm hactenus tractata licuit videre.

DE PROPORTIONE
Pars quarta.

PRoportionem appellant Mathematici diuerſarum quantitatem adinuicem habitum, ſeu rationem, Euclides λόγον appellat. Ac primùm in triplicem diſtinguitur: In Muſicam videlicet, quæ concentuum ſeu tonorum adinuicem ſymmetriam tractat, in Arithmeticam, quæ ſecundum qualitatem exceſſus proportionum metitur: veluti ſi dicat quis, 12 ad 8, eam habere rationem quam 16 ad 12, eo quòd vterq; exceſſus æqualis ſit. Demum in Geometricam, quam impræſentiarũ tractamus: Ea eſt duarum eiuſdem generis quantitatum certa adinuicem habitudo. Diuiditur in duplicem proportionem, nempe Aequalitatis & Inæqualitatis. Proportionem Aequalitatis, eſt dum duæ quantitates æquales adinuicem comparantur: vt 6 ad.

6,100 ad 100. *De hac nihil amplius dicẽdum est.*

Proportio inæqualitatis, quæ est dum duæ inæquales quantitates, eiusdem tamen generis, adinuicẽm conferuntur: Diuiditúrque in proportionem maioris Inæqualitatis & minoris: Quæ sanè non alia ratione dissident, quàm quòd in illa maior ad minorem confertur, ut 6 *ad* 1, *sextuplam habet proportionem: contrà* 1 *ad* 6, *proportionem subsextuplam habet, atq; hæc minoris Inæqualitatis est. Verùm cùm hæ non differant nisi per dictionem, sub, quam minori semper addunt, quicquid de una dicitur, de altera intelligendum est pariter.*

Proportio igitur maioris Inæqualitatis & minoris, diuiditur in quinque species præcipuas: scilicet Multiplex, Superparticulare, Superpartiens, Multiplex superparticulare, & Multiplex superpartiens.

Multiplex, est cùm maior minorem aliquoties exactè continet, ídque amplius quàm semel. Veluti 10, *ad* 5, *item* 8 *ad* 2. *Cùm igitur maior minorem bis continet exactè, tunc vocatur Dupla proportio: si ter, Tripla, si quater, Quadrupla, ac sic de reliquis ex ordine.*

Superparticularis Proportio est, quum maior quantitas minorem continet semel, ac unam tantùm particulam minoris: Veluti 3 *ad* 2, *proportionem*

nem habet Sesquialteram, 4 ad 3, proportionem Sesquitertiam, 11 ad 10, proportionem Sesquidecimam: Ita enim nomina imponuntur omnibus. Verùm hic notandum est, huiusmodi numeros ad minimam habitudinem reduci debere. Quod facilè fit, diuisa maiore quantitate per minorem, & fractione residua reducta ad minimos numeros, quibus scribi poßint, per Canones in Minutiis datos. Vt si proportionem quæ est inter 15 & 12. explicare placet, diuide 15 per 12, exurgunt $1\frac{1}{4}$, *est igitur Proportio Sesquitertia. Item 16 ad 14 proportionem habet* $1\frac{1}{7}$, *hoc est Sesquiseptimam, ac simili via de aliis iudicandum. Initium enim nominis, est semper dictio sesqui, deinde à Denominatore Fractionis ex diuisione prouenientis perficitur.*

Superpartiens, est cùm maior quantitas minorem semel complectitur, ac insuper aliquot minoris particulas: Vt 5 ad 3, proportionem habet Superpartientem tertias. Continent enim 5 semel 3, ac insuper 2 tertias. Nomen igitur huius Proportionis à super, initium sumit, medium est ex Numeratore Fractionis ex diuisione prouenientis, clauditur verò à Denominatore eiusdem Fractionis. Veluti si proportionem vis explicare quæ est inter 7 & 4, diuide 7 per 4, prodeunt $1\frac{3}{4}$. *Vo-*

catur igitur Proportio, Supertripartiens quartas. Item 34 ad 20, Proportio est Superseptupartiens decimas, vel superpartiens septem decimas, quæ sic scribitur $\frac{7}{10}$. Simili via in aliis procedendum.

Multiplex superparticularis Proportio, est cùm maior minorem aliquoties continet, ídque amplius quàm semel, ac præterea vnã minoris particulam. Atque hîc vt proportio est ex duabus prioribus prius dictis composita, ita nominis quoque ratio ex illis habetur, diuidendo maiorem per minorem. Vt si proportionem quæ est inter 15 & 7, explicare volueris, diuide 15 per 7, fiunt $2\frac{1}{7}$. Est igitur Proportio Dupla sesquiseptima. Item 18 per 4, Proportio est $4\frac{1}{2}$, hoc est Quadrupla sesquialtera. Atque hinc non difficile est in aliis similiter nomen inuenire.

Multiplex superpartiens, est cum maior minorem amplius quàm semel complectitur, & præterea aliquot minoris particulas. Et hic nomen ex duabus prioribus Proportionibus sumitur. Vt proportio 11, ad 4, cognoscitur, si diuidas 11 per 4, exeunt $2\frac{3}{4}$, hoc est, dupla supertripartiẽs quartas. Item 19 ad 5, rationem habet $3\frac{4}{5}$, hoc est, Triplam superquadripartientem quintas, siue superpartientem quatuor quintas. Eadem ratio in aliis est.

DE

DE PROPORTIONE FRActorum, siue Minutiarum.

QVemadmodum Integrorum Proportiones dignoſcuntur diuidendo maiorem per minorē, eadem via Partium ſeu Minutiarum habitudines noſcūtur per diuiſionem eam quæ in Fractis dicta eſt. Veluti $\frac{2}{3}$ ad $\frac{5}{6}$ proportionē habet ſubſeſquiquartam: quia $\frac{5}{6}$ diuiſæ per $\frac{2}{3}$, efficiunt 1 $\frac{3}{12}$, ſiue 1 $\frac{1}{4}$. Similiter 3 ad $\frac{2}{3}$, rationem habet Quadruplam ſeſqui alteram, 3 enim diuiſa per $\frac{2}{3}$, efficiunt 4 $\frac{1}{2}$.

QVA RATIONE PROPORtio quæuis continuò extendatur.

DATIS duobus numeris ſub certa habitudine, ſi vis tertium illis adiungere, qui ſub eadem Proportione ſe habeat ad ſecundum, qua ſecundus ad primum: tum duc ſecundum in ſeipſum, productum diuide per primum. Exempli cauſa, Volo tertium numerum inuenire in ea Proportione qua ſe habent 2 & 6. Duc in ſeipſum 6, fiunt 36, ea diuide per 2, fiunt 18: hic erit tertius numerus. Ita ſi libet deinceps quantumuis progredi, duc vltimnm numerum in

ſeipſum, productum partire per penultimum. Hæc autem Regula pendet ex Regula aurea ſiue proportionum: perinde enim fit acſi dicas, 2 lucrantur 6, quantum lucrabuntur 6? Tales autem numeri vocantur proportionales, Græcè ἀνάλογοι.

DE MEDIO PROPORTIONALI.

MEdium Proportionale vocatur quantitas media inter duas, quæ ita ſe habet ad minorem ſe, quemadmodum maior ad mediam. In numeris inuenitur, ſi ducas primam in vltimam, tum producti Radix quadrata oſtendit medium proportionale. Vt ſi velim inquirere medium Proportionale inter 3 & 12, duco 3 in 12, exurgunt 36: quorum Radix eſt 6, medium proportionale inter 3 & 12. Item inter 4 & 6, eadem 9: Inter $\frac{3}{4}$ & 3 Integra, duc 3 in $\frac{3}{4}$, fiunt $\frac{9}{4}$, quorum radix eſt $\frac{3}{2}$, dico hinc $\frac{3}{2}$ media eſſe inter $\frac{3}{4}$ & 3. eſt enim vtrobique Dupla proportio.

Duo autem media Proportionalia inter quoſcunque numeros inuenies hoc pacto: Minorem duc in ſe, productum in maiorem: Quotientis Radix Cubica oſtendit minorem numerum, tanquam medium Proportionale, mediantem, & in Proportione

portione ſecundum. Vt inter 3 & 24, ſic inuenies duo Media. Duc 3 in ſe, ſunt 9: hæc duc in 24 fiũt 216: cuius Radix Cubica 6 eſt. Deinde vt tertium habeas, ex priori Regula, duc 6 in ſe, ſunt 36, & diuide per 3, exeunt 12. Eſt igitur continua Proportio 3, 6, 12, 24. At in multis non dari medium Proportionale, non debet male habere: cùm id numerorum non ferat natura, vt inter 3 & 8, medium Proportionale eſt Radix Quadrata de 24: verùm hæc in numeris non poteſt aſsignari.

DE PROPORTIONVM Additione & Subtractione.

ETſi autem vel exiguus vel nullus eſt vſus harum ſpecierum in communi rerum vſu: cùm tamen in Aſtronomicis & Geometricis rebus ſint admodum neceſſariæ, placuit eas non omittere.

Additurus ergo duas magnitudinum Proportiones ſiue habitudines in vnam ſummam, hoc eſt, explicaturus eas per alium numerum qui vtranque rationem complectatur: ſtatue ipſas Proportiones in terminis ſuis in modum Minutiarum, vt anteà docui: Deinde multiplica denominationes has, ſiue (vt alij vocant) terminos in in-

uicem, quemadmodum in minutiis diximus, producetur alia Denominatio, ſummam duarum proportionum complectens. Si vero plures fuerint Proportiones, tum primum prioris terminos in ſecundæ Proportionis terminos multiplica: ſummam hanc in tertiæ proportionis terminos duc, atque ita deinceps ad finem progredere, poſtrema multiplicatio ſummam oſtendet omnium proportionum.

Exempli gratia, placet colligere ſummam Proportionum quæ ſunt inter 6, 12, & 18. Cùm igitur primi & ſecundi numeri proportio ſit 2, hoc eſt Dupla, ſecundi verò & tertij, $1\frac{1}{2}$, hoc eſt, Seſquialtera, duco 2 in $1\frac{1}{2}$, proueniunt $\frac{9}{2}$, hoc eſt, Tripla Proportio. Item ſtatuo colligendam ſummam Proportionum quæ ſunt inter 2, 4, 15, 20, :8, ſtatuo primùm terminos, qui ſic ſe habent, 2, $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{5}$. Iam duco 2 in $2\frac{1}{2}$, exurgunt $\frac{10}{2}$, hoc eſt, Quintupla proportio, deinde hæc 5 duco in $1\frac{1}{2}$, proueniunt $\frac{15}{2}$, quæ duco in $1\frac{1}{3}$, producuntur $\frac{60}{6}$, ſiue
29 *10, hoc eſt Decupla Proportio: deinde 10 hæc duco in $1\frac{2}{5}$, prodeunt $\frac{70}{5}$, hoc eſt 14. Dico ergo ſummam omnium Proportionum eſſe Decuplam quadruplam.*

Subductionis verò contraria ratio eſt. Nempe diuidendi ſunt termini vnius Proportionis per terminos alterius proportionis. Sic enim ex ſe-

ctione

ctione hac producentur termini excessum duarum Proportionum significantes. Verùm hîc ante omnia nosse oportet, vtra proportionum maior sit: id quod clarissimè Denominationes siue termini earum significant. Maior enim Proportio dicitur, cuius termini maiores sunt, siue cuius Denominatio maior: vtra autem Denominationũ maior sit integris, facile est iudicare: in Minutiis verò artem tradidimus de Minutiis iudicandis.

Itaque vt vno verbo dicam, subducturus vnã Proportionem ex altera, diuide maiorem per minorem, vel econtra, si opus est, collocatis ipsis in terminis: tum enim proueniet excessus Proportionum. Vt subducere volo rationem quæ est inter 6 & 15, ab ea quæ est inter 4 & 15: hoc est, 2 $\frac{1}{2}$, siue Duplam sesquialterã, ex 3 $\frac{3}{4}$, siue Tripla supertripartiente quartas: Diuido 3 $\frac{3}{4}$, vel $\frac{15}{4}$, per $\frac{5}{2}$: producuntur $\frac{30}{20}$, siue $\frac{3}{2}$: hoc est, 1 $\frac{1}{2}$, siue sesquialtera Proportio. Tantus est excessus duarum Proportionum dictarum. Quis verò harum specierum vsus sit, videre licet apud Claudium Ptolemæum primo libro Magnæ compositionis.

Multiplicationis verò & diuisionis Proportionum nullum hîc requires artificiũ: quandoquidem natura rerũ non admittit in vsu communi. Potest tamen ad mentẽ Euclidis proportio quæuis duplari,

triplari, & per quemcunq; alium numerũ multiplicari, vt ex decima finitione quinti lib. colligere licet. Fiet autẽ hoc multiplicando toties terminos Proportionis in ſe, quod vnitates numerus multiplicans cõtinet, dempta 1. Vt ſi Proportiones $\frac{3}{2}$, hoc eſt, ſeſquialteram velim triplare, ducã 3 in ſe, fiunt 9: quæ rurſum per 3 multiplicata, faciunt 27. Similiter 2, in ſe bis ducta, faciunt 8. Igitur Proportio $\frac{3}{2}$ triplicata, facit $\frac{27}{8}$: hoc eſt, Triplam ſuperpartientem tres octauas. Hoc idem poterat per Additionem colligi, vt docuimus. Econtrario quoque ſi velis ad hunc modum Proportionẽ in 2 ſecare, extrahe Radicem Quadratam vtriuſque termini: ſi per 3 vis diuidere, extrahe radicem Cubicam: ſi per 4, Radicis radicem: ac ſic conſequenter ſeruato naturali ordine. Sed de his ſatis.

De proportionalitatibus verò quas Græci ἀναλογίας vocant, nihil impræſentiarum dicere ſtatui, ne inſtituti mei rationẽ tranſgrediar. Hæ enim ad opificium numerorum ſiue praxim parum aut nihil conferunt, niſi quis ampliorem habeat Geometricarum demonſtrationum vſum. Quam ob rem his noſtris bene intellectis, nihil eſt ab aliis deſcriptum in hac arte (dempta illa regula Algebræ) quin facile quiuis adſequatur, modò ad regulas à me dictas omnia reducat: id quod exer-

exercitatio magis magísque docebit.

De Vſura.

QVanquam Chriſtianis vel nomen Vſuræ debeat eſſe execrandum, cùm tamen neceſſitas multos ad eius vſum cogat, dicam pauca de huius computatione: potiſſimum vt oſtendam Medij Proportionalis vſum extra Geometriam, de quo nunc tractauimus. Eſt ergo quædam Vſura ſimplex, quæ ſingulis annis aliquam ſortis partem exoluit, vel certis menſibus ſortem æquat. Huius numeratio facillima eſt. Demus enim accepiſſe quempiam 600 *aureos ad Vſuram, ea lege vt poſt* 100 *menſes fœnus ſortem æquet, quæritur quantum quinquennio ſoluet? Si ergo* 100 *menſes lucrantur* 60 *aureos, quid lucrifaciunt* 60 *menſes, ſiue quinq; anni? oſtendit Regula* 360 *aureos, quos vltra ſortem ſoluet, qui ad Vſuram accepit* 600 *aureos. Vice verſa, ſi quiſpiam ſoluit pro vſura quinque annorum,* 300 *aur. quæritur quanta fuerit ſors, permanente eadem conditione Vſuræ? Dices* 60 *menſes ſoluunt* 300 *aur. quantum* 100*? vnde colliges* 500 *aureos.*

Sed alia eſt ratio vſuræ quam Iudaicā vocant, quæ ſingulis annis fœnus adauget, adeò vt fœnoris fœnus ſingulis æſtimetur annis. Exempli cauſa, Acceperit quiſpiam 800 *aureos, ea lege vt fœ-*

neratori soluat primo anno octauã sortis partem pro Vsura: & secundo anno nõ solùm sortis octauam partem, sed etiam fœnoris prioris anni similem partem: ac sic deinceps singulis annis facta auctione, quæritur quantũ quinquennio soluet? Hic scire oportet singulis annis excrescere summam sortis & fœnoris continua Proportione. Vt quia fœnus primi anni, est $\frac{1}{8}$ sortis, erit fœnus secundi anni seorsum, $\frac{1}{8}$ sortis & fœnoris primi anni: ac sic deinceps fœnus tertij anni, erit $\frac{1}{8}$ sortis & fœnoris primi & secundi anni: Vnde proportio erit continua sesquioctaua. Fac ergo quinque numeros in Proportione Sesquioctaua, vt docuimus paulò antè: sitque primus (si libet) 8: erit secundus 9: tertius, 10 $\frac{1}{8}$: quartus, 11 $\frac{25}{64}$: quintus demum, 12 $\frac{417}{512}$, siue $\frac{6561}{512}$. Iam dic per Regulam Proportionum, 8 soluunt in quinque annis $\frac{6561}{512}$, quantum 800? sic colliges simul cum sorte & fœnore adaucto, 1281 $\frac{228}{512}$, vel 1281 $\frac{57}{128}$.

Sed iam fingamus aliquẽ debere pro Vsura primi anni, summã sortis & fœnoris simul 4608: pro quarto verò anno, 6561: quæritur quanta fuerit sors & quantũ in fœnus cum anatocismo cedat. Hic notabis ex præcedenti declaratione, inter summã primi anni & summam vltimam, intercedere duas in eadem Proportione medias. Igitur

quære

quære duo Media Proportionalia inter 4608, & 6561. Duc scilicet minorem, 4608, in se, fiunt 21233664: productum hoc duc in maiorẽ, scilicet 6561, exurgunt 139314069504. Huius Radix Cubica, 5184, ostendit minorem duarum quantitatũ mediantium in eadem ratione. Igitur secũdo anno soluet pro sorte & fœnore cũ augmento, 5184. Sed sicut sors & fœnus secundi anni se habent ad sortem & fœnus primi anni simul: sic summa sortis & fœnoris primi anni, ad sortem solam. Igitur per Regulã Trium dices, 5184 dant 4608: quid 4608? sic colliges sortẽ fuisse 4096. Si verò pro 5 annis idem velles inquirere, tum inter duas adsignatas summas quærẽdum est Mediũ Proportionale: & rursum inter illud medium inuentum duóq; extrema adsignata, duo alia media. Sic tria Media habebis, & duo extrema, quæ faciunt simul quinque quantitates Proportionales. Si verò pro 6 annis fiat Quæstio, dentúrq; vt antè duæ extremæ summæ: tũ necesse est, 4 alias medias inuenire. Verùm hoc efficere difficile est, absque ampliori cognitione Radicum.

Sed vt aliquid pro doctioribus adiiciam, diuidatur maior quantitas per minorem: Quotientis Radix Sursolida vocata, siue quinta, ostendit numerum, per quem multiplicata minima quan-

titas gignit ſecundam, ac ſic reliquas. Sic ſi inter duas quantitates vnam mediam velis inuenire aliter quàm antea docui: diuide maiorem per minorem, Quotientis Radix Quadrata multiplicata in minimam, producit mediam. Si duas medias velis, diuide vt antea, & Quotientis Radix Cubica quæratur: hæc ducta in minorem, producit ſecundam. Si denique tres cupis quantitates medias, diuide vt antea dixi, maiorem per minorem: Quotientis Radicis radix ducta in minorem, oſtendit ſecundam: & eadem multiplicatione continuata producuntur reliquæ omnes. Sic iudicabis de quotuis aliis quantitatibus. Hæc colliguntur ex decima finitione quinti Euclidis, & 19 octaui Propoſitione, & ſimilibus.

APPENDIX DE FRActionibus Aſtronomicis, ſiue de minutiis Phyſicis.

NON video difficultatem aliquam inſignem in Minutiis, ſiue Fragmentis Phyſicis vel Aſtronomicis, verùm vt ſit expeditior via iuuenibus ad præclariſſimas diſciplinas, ad quas potiſſimum his noſtris commentationibus adiuuare lectorem voluimus: pauciſ-

ſimis

ſimis annotabo quæ poſsint difficilia videri. Quoniam ergo motuum aſtrorum temporúmq; dimenſio, ad vnguem rariſsimè incidit in integras menſuras vtpote annos, menſes, dies, & horas, aut circuli ſigna aut gradus: ideo coacti ſunt artifices talia in minimas ſecare partes, vt exquiſita conſtaret numeratio. Ob ſummam autem facilitatem placuit Sexagenaria diuiſio. itaque omnia Integra quæ non habent partes vſu receptas, diuidunt in 60 partes, atque vocāt Minuta. Minuta deinceps ſecant in alias 60 particulas, quas ſecunda nominant: Secunda in 60 Tertia: atque hæc rurſum in 60 Quarta partiuntur, ſicq́ue continuè procedunt ad Decima vſque: & vltra quoque ſi rei vſus requirat. Quæcunque verò habent alias partes vſu receptas, vocantur integra, aut quæ non ſunt ſexageſima pars alterius. Sic annos, dies, horas, circulum, ſigna, gradus, milliare, ſtadium, paſſus, & ſimilia, Integra vocantur, quanquam Gradus vocati, dicantur apud probatos autores, Partes, & Minuta, Scrupula. Nos doctrinæ facilioris gratia, vulgò recepta vocabula ſeruabimus, dicturi de Additione & Subtractione, & reliquis ſpeciebus.

Additio.

IN Additione illud primum obseruare oportet, vt Integra sub integris, & Fragmenta siue Minutiæ collocentur sub eiusdem generis Minutiis. Deinde facto initio à minimus Minutiis, fiat Additio in vnam summam, singulas Minutias ordine colligendo. Tum verò si per Additionem, summa 60 superauerit, diuidenda erit summa per 60, & quot vnitates prouenerint, tot addendæ sunt proximè maiori Fractioni, ac sic deinceps reliquæ colligendæ sunt, donec ad Integra perueniatur. In his etiam obseruare conuenit Integrorum valorem. Nam si Signa proponantur communia, hoc est, qualia sunt 12 in Circulo, tum summa Graduum diuidenda per 30, ac numerus exiens signis adiiciendus. Si verò Signa fuerint Physica, quorum 6 circulum constituunt, qualia sunt ferè in tabulis Alfonsinis, tum Graduum aceruus per 60 diuidatur, &c. Quoties etiam Signorum communium summa 12, aut Physicorum 6, superauerit, toties illa abiiciantur prorsus, & sola residua loco Signorum ponantur. Simile quoque iudicium est de aliis Integris, sed hæc satis facilia sint callenti quatuor species Arithmetices: Ideóque vno atque altero Exemplo de-

claraſſe

clarasse satis videtur. Placet ex tabulis Eclypsium Purbachij colligere mediocrem motum Solis, ad diem 12 Nouembris, & horam secundam pomeridianam, anni 1547, ad quam futura putatur Eclypsis solis.

	Sig.	Grad.	Mi.	Secun.
Ad An.1460 cōpletum.	9	19	1	19
Pro 80. An. completis.	0	0	35	16
Pro 6. An. completis.	11	29	33	5
Pro Octob. completo.	9	29	38	11
Pro 12 diebus.	.	11	49	40
Pro 2 horis.			4	56
Summa omnium.	8	0	42	72

Summa Secundorum, est 147, quæ diuisa per 60, efficit 2: hæc addita Minutis, faciunt simul 162: residuum verò, nempe 27 subscribitur. Deinde summa Minutorū 162, diuisa per 60, rursum 2 producit: restántque 42, quæ subscibuntur, & 2 gradibus adiiciuntur, qui omnes cellecti cum illis 2, efficiunt 90, quæ diuisa per 30, (quia Signa sunt communia) efficiunt 3, nihílque relinquitur: Vnde 0 subscribitur Gradibus, & 3 adduntur Signis, quæ vnà cum aliis efficiunt 32, ab his abiicio 12 quoties possum, restántque 8, quæ annotantur in Exemplo. Item, Volo inuenire mediam voca-

tam coniunctionem, siue mediocrem, Luminarium congressum, ad eundem mensem ex iisdem Tabulis. Itaque sic ago.

	Dies	Horæ	Mi.	se.
Ad annum 1520 *cōpletū.*	21	14	32	11
Pro An. 26 *completis.*	16	16	19	41
Pro Octobri completo.	8	16	30	30
Summa omnium.	46	23	31	22

Hic in Minutis, & secundis eodem modo quo dictum est proceditur: Verùm horarum summa quæ colligitur 47, *diuisa est per* 24, *quia tot horæ diem naturalem constituunt. Residuum nempe* 23 *annotatur, & vnitas per diuisionem collecta, diebus adiicitur.*

De Subtractione.

IN Subtractione similis ordo seruandus qualis in Additione, sed quoties Minutiæ à suis Minutis subduci non possunt, tum subtrahantur ex 60, *hoc est, ex vnitate Minutiæ maioris, & residuum addatur Minutiis ex quibus Subtractio fieri debebat, summa subscribatur. Hoc quoties contigerit, toties vnitas additur sequenti numero subtrahendo. Si verò Gradus à Gradibus subtrahendi fuerint, & subtrahendus superauerit illū à quo debet*

fieri

fieri Subtractio, tunc ſubtrahantur ex 30, ſi quidem Signa communia propoſita fuerint, reliqua perficiantur vt dictum eſt. Similiter horarum numerus cum opus eſt, ex 24 ſubtrahitur. Ac eodem modo de aliis intelligendum.

Exempli gratia, Collegeramus per additionem mediocrem motum Solis 8 Sig. 0 Grad. 42 Mi. 27 Secund. Vt hinc colligamus verum Solis locum, iubemur ſubducere æquamentum, quod colligitur ex Tabulis iiſdem Purbachij 1 Grad. 9 Mi. 53 ſecunda, quæ ſic colloco.

Sig.	Grad.	Mi.	Secun.
8	0	42	27
	1	9	53
7	29	32	34

Hic igitur 53 iubeor auferre ex 27, quod fieri nequit. Igitur ſubtraho 53, ex 60, hoc eſt, ex vno Minuto, reſtant 7, quæ addita ad 27, faciunt 34, hæc ſubſcribuntur, deinde 10 ex 24 ſubtracta, relinquunt 32, poſtea vnum ex nihilo auferri non poteſt, ideo ſubducitur ex 30, reſtant 29 gradus, quia ſigna ſunt communia, demum vnitas aufertur ex 8 Signis. Sic colligimus, Solem ad tempus adſignatum, occupare Scorpij 29 Gradus, 32 Minuta, & 34 Secunda. Similiter de diebus, horis & Minutiis aliis faciendum eſt. Vt quia collegeramus per Additionem, dies & horas cum Minutiis pro mediocri

Coniunctione Luminarium: iubemur illud tempus auferre ex 59 diebus, 1 hora, 28 Minutiis, & 6 Secundis, quæ sic collocamus.

Dies	Horæ	Mi.	Secun.
59	1	28	6
46	23	31	22
12	1	56	44

Igitur 22 Secunda ex 60, relinquunt 38, quibus addita 6, faciunt 44: deinde addimus ad 31, fiunt 22, quæ ablata ex 60, relinquunt 28, quæ cum 28 conficiunt 56. Iam verò vnitas addenda 23 horis, fiúntque 24, quæ auferantur 24, quia ab 1 non possunt, sic nihil relinquitur. Ideóque 1 subscribimus, & 46 diebus, vnum adiicimus, summámque ex 59 auferimus, relinquuntur 12. Quòd si in Subtractione, Integra ab Integris auferri non possint, tum quoque maiora Integra mutuare oportet, secundum ipsorum Integrorum quæ proponuntur, valorem. Vt si 6 Signa communia cum 28 Gradibus iubeor auferre ex 4 Signis & 6 Gradibus, primum subduco 28 Gra. ex 30, restant 2, quæ cũ 6, constituũt 8: deinde vnitatẽ adiicio ad 6 Signa, fiũt 7, quæ aufero ex 12 Signis, quia tot sunt in toto Circulo, restant 5 Signa, quæ cum 4 Signis constituunt 9. Restant igitur 9 Signa, & 8 Gradus. Similia quiuis facilè in aliis imaginabitur.

DE

DE MVLTIPLI-
catione.

IN Multiplicatione & diuisione potißima difficultas est in inuenienda Denominatione productorum. Nam quod ad multiplicationem attinet, oportet singulos numeros Multiplicantis in omnes sigillatim Multiplicandi numeros ducere, deinde producta eiusdem denominationis addere, & quæ 60 *excedunt, per Diuisionem ad maiora reducere, sic colligitur Multiplicationis summa. Sed hic admonere oportet difficultatis, quæ Integris incidit. Vt si proponantur Dies, Horæ, & Minuta, multiplicanda per Signa, Gradus, Minuta, & Secunda: quoniam in multiplicando numero proponuntur duplicia Integra, Dies nempe & Horæ, oportet illa reducere ad vnum genus Integrorum. Hoc autem satis facili via protest fieri, nam horæ ad Minuta Diei reduci per regulam Proportionum, vel per Tabellas ad hoc extructas, quæ in Alfonsinis Tabulis habentur. Sed breuis Regula est. Multiplicatus enim Horarum numerus per* 2 $\frac{1}{2}$, *fit numerus Minutorum Diei. Vel multiplica Horas per* 5, *& medietas producti erit numerus idem Minutorum diei. Hoc vbi accidit, oportet quoque reliqua Minuta Horarum & secunda, & quæcunque fuerint deinceps*

Fractiones, ad Dierum fractiones reducere: eadem scilicet via, qua Horæ ad Minuta dierum reducebantur. Nam si Minuta Horarum per ½ multiplicentur, fiunt secunda dierum. Si verò Secunda Horarum eo modo aucta fuerint, fient Tertia dierum. Tota verò hæc res pendet ex regula Proportionum. Quia enim Diem volumus partiri in 60, dicimus, 24 Horæ valent 60 Minuta, quantum 20, vel quilibet alius numerus Horarum? Si verò interim per hanc reductionem numerus exurgat maior quàm 60, tunc diuidendus est numerus productus per 60, productum addendum maiori Fractioni, residuum suo loco seruandum.

Vno verò Exemplo hanc doctrinam declarasse sat fuerit. Placet multiplicare Lunæ motũ diurnũ per 29 dies, 12 horas, 44 mi. 3 secunda. Est autem motus Lunæ diurnus ex Alfonsinis Tabulis, quas sequitur Purbachius, 13 Gra. 10, Mi. 35 Secunda, 1 Tertia. Hîc igitur ante multiplicationẽ, reducendi sunt numeri ad sexagenariam diuisionem. Ideóque 3 secun. Horarum multiplico per 5, diuidóque per 2, fiunt 7 Tertia diei, cum Dimidio, hoc est, 30 Quartis diei. Deinde 44 Minu. multiplico per 5, fiunt 220, quæ diuido per 2, exurgunt 110 Secũda Diei, hæc diuido per 60, prouenit 1 Minutũ Diei, quod seruo: relinquũtur autem 50 Secunda Diei,

quæ

quæ suo loco annoto. Demum 21 *Horas similiter duco in* 5, *diuidóque per* 2, *fiunt* 30 *Minuta Diei, quibus vnum iam antea per diuisionem collectum adiicio: fiũt postremò* 29 *Dies,* 31. *Mi.* 50 *Secunda.* 7 *Tertia, &* 30 *Quarta Diei, multiplicanda per motum Lunæ antea positum. Hũc autem non oportet mutare, quia seruatur ordo sexagenariæ diuisionis. Hoc igitur in multiplicatione & Diuisione efficiendum est sedulò, vt talis ordo seruetur, hoc est, vt Integra quæ proponuntur, in* 60 *Minuta secentur, absque vlla alia partitione intercedente, quælibet etiam deinceps Fractiones in* 60 *minores particulas intelligantur diuidi. Sic enim confusio denominationum productarum euitabitur. Iam verò vt denominationes productorum absque difficultate inueniri possint, pone ordine naturali denominationes quotquot velis: eísque numeros naturali serie progredientes subscribe, hoc modo,*

Integra, Mi. $\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$, $\bar{5}$, $\bar{6}$, $\bar{7}$, $\bar{8}$. *&c.*

0 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Quandocunque igitur multiplicas duos numeros inter se, productum erit eius denominationis quam ostendet numerus collectus ex duobus numeris, subscriptis multiplicantium duorum denominationibus. Vt cùm duco Minuta in Secunda,

fiunt Tertia, quia 1 & 2 faciunt 3. Item cùm Tertia in Tertia duco, fiunt ſexta, cùm Integra in Secunda ducuntur, fiunt Secunda: cùm in Tertia, Tertia. Ac ſimiliter de reliquis iudicabis. Huius autem rei demonſtratio ex Fractionibus Vulgaribus petitur. Quia enim Integrum omne hic in 60 diuiditur, erit neceſſariò Minutum $\frac{1}{60}$ integri. At quia ſecundum eſt $\frac{1}{60}$ Minuti, hoc eſt, ſexageſima ſexageſimæ particulæ, erit ideo Secundum, $\frac{1}{3600}$ Integri, ſic Vnum tertium, eſt $\frac{1}{219000}$ Integri, Vnum quartum, $\frac{1}{12960000}$ Integri, & Vnum Quintum $\frac{1}{777600000}$ Integri: qui numeri continua multiplacatione ſexagenaria fiunt. Facilè igitur patet ex regulis Vulgarium Fractionum, quòd cùm $\frac{1}{3600}$, hoc eſt, 1 Secundum multiplico per $\frac{1}{216000}$, producitur $\frac{1}{777600000}$, hoc eſt Vnum quintum, ſicut 2 & 3 faciunt 5. Nam Vnum Tertium eſt $\frac{1}{216000}$ Integri, Vt oſtendimus. Ac eodem modo de reliquis omnibus colligendum eſt.

Nunc igitur ad Exemplum propoſitum accedamus. Atque Vt confuſio omnis euitetur, ponantur duo numeri ordine naturali, Vt ſequitur.

Integra.

Integra.	Mi.	$\bar{2}$,	$\bar{3}$,	$\bar{4}$,	$\bar{5}$,	$\bar{6}$,	$\bar{7}$.	
29,	31,	50,	7,	30,				*Multiplicandus*
13,	10,	35,	1,					*Multiplicans*
			29	31	50	7	30.	*Producta*
	17	13	34	14	22	30		*multipli-*
4	55	18	21	15	0			*cationis*
383	44	51	37	30				*sparsa.*
389	57	24	2	31	12	37	30.	*Productū.*

Primùm, duximus 1 *Tertium in* 30 *Quarta, vnde exierunt* 30 *septima, secundum regulam: ac sic deinceps, vt patet in primo ordine productorũ. Secundò duximus* 35, *in omnes supremi ordinis numeros, primùm verò in* 30 *Quarta: & quia* 35 *Secunda sunt, producuntur* 1050 *Sexta: quæ diuisa per* 60, *efficiũt* 17 *Quinta, &* 30 *Sexta: ideóq;* 30 *scribo suo ordine,* 17 *verò seruo. post hæc ducò* 35 *in* 7, *fiunt* 245 *Quinta: quibus addo* 17 *Quinta seruata: est igitur summa Quintorũ,* 262: *quæ rursum partior per* 60: *fiũt* 4 *Quarta, &* 22 *Quinta: scribo* 22 *suo loco, &* 4 *seruo. Similiter* 35 *duco in* 50, *fiunt* 1750 *Quarta, quia Secunda ducũtur in Secunda. Addo nunc istis,* 4 *Quarta prius seruata, fiunt* 1754 *Quarta: quæ diuisa per* 60 *faciunt* 29 *Tertia, &* 14 *Quarta. Ac sic perfeci reliquã Multiplicationem, quam adscriptam vides, mul-*

tiplicando ſcilicet ſingulos Multiplicantis numeros in ſingulos Multiplicandi, ac producta vbi excreuerint, per 60 diuidendo. Nec opus mihi videtur iſta latius proſequi, cùm ex dictis & vulgari Arithmetica facilia ſint. Sic igitur collegimus Lunam mediocri motu percurrere 389 Gradus, ſiue 12 Signa cõmunia, 26 Gradus, 6 Minuta, & reliqua quæ per Multiplicationem collecta ſunt in Diebus 29, Horis 12, Minutis 44, & Secundis 3. Eadem quoque ratio ſeruatur, cùm Gradus, Minuta, Secunda, & Tertia multiplicantur in milliaria, eorúmque Minuta, Secunda, & Tertia. At quoniam duplicia proponuntur Integra, contingit non immeritò dubitatio de producti denominatione: Vt quia tempus multiplicauimus per motũ, in quæſtionẽ verti poteſt, quid per Multiplicationem prognatũ ſit, tempúſne an motus: hoc eſt, num Integrorum nomine Dies an Gradus contineantur. Hoc autẽ colligemus ex propoſitæ Quæſtionis natura. Vt, quoniam Dies complectuntur motũ adſignatum, erit productum de natura complexi, & non complectentis: ideóque 389 Integra, Gradus notant. Sic cum Gradus & Minuta multiplicantur per Milliaria & Minuta, productum denominabitur à Milliaribus & Minutis illorum: eò quòd ferè Gradus, ipſa Milliaria cõplectantur. Sic

enim

enim in Geographia dicimus Gradus singulos magni Circuli, continere 60 Milliaria Italica: in parallelis verò, tantò minus, quantò propiùs ad Polum accesserint. Atque hoc modo de omnibus iudicandum est.

DE DIVISIONE.

IN *Diuisione in primis debet constare sexagenaria illa progreßio, de qua in Multiplicatione abunde diximus: potißimum si quando Diuisor compositus fuerit, & absque reductione Diuisionem perficere voluerimus. Quando enim Diuisor simplex est, nullam habet in operando difficultatem: nam singuli numeri qui in Diuidendo ponuntur, sigillatim per Diuisorem sunt diuidendi. Productorum verò denominationem scies ex Tabella in Multiplicatione posita, vbi singulis Minutiis suas denominationes ordine naturali adscripsimus. Nam sicut in Multiplicatione, per Additionem talium numerorum denominatio productorum colligebatur: ita in Diuisione per Subductionem, productorum denominatio cognoscitur. Subtrahenda verò est semper Diuisoris denominatio à Diuidendi denominatione: sic producti denominatio colligitur.*

Vt si 24 Tertia diuidam per 6 Minuta, fient 4 secūda: si Tertia per Tertia, fiunt Integra: quoniā 3 ex 3 ablata, nihil relinquūt. Est autem Integrorū nulla denominatio, vt antea in Multiplicatione ostendimus. Atq; vt ibi ex Fractionū vulgarium artificio docuimus denominationes inueniri posse: ita quoq; in Diuisione fieri posse nō est dubium. Vt, quādo diuido $\frac{24}{216000}$ (sic denominantur Tertia) per $\frac{6}{60}$, hoc est 6 Minuta: ducūtur 60 in 24, & 6 in 216000, producūtúrque $\frac{1440}{1296000}$. Quod si vtrunque per 6 diuiseris, redibit denominator Physicus, fiéntque $\frac{240}{216000}$, hoc est, 240 Tertia: Nam 216000 denominatio est Tertiorū. Quòd si ambos per 60 diuiseris, prodibunt $\frac{4}{3000}$, hoc est, 4 secunda. 3600 enim, denominatio est Secundorum: nec potest ad minorē fractionem Physicā reductio perducere. Sola enim diuisione sexagenaria fit progreßio denominationū Physicarum. At quanquā 3600, par 60 diuidi poßunt, 4 tamen illam diuisionem non admittunt: ideóq; ad aliam Physicam denominationem $\frac{4}{3500}$ non reducuntur, licet eadē hæc fractio valeat reducta $\frac{1}{900}$. Sed sufficit hæc indicasse studiosis, vt sciant non sine ratione dari Regulas illas inueniendi denominationes Physicas.

Contingit verò frequēter in Diuisione, Diuisorē non contineri exactè in numero diuidēdo. Tum

ſanè reſiduũ per 60 multiplicatũ,pertinebit ad fra ctionẽ ordine ſequentẽ.Exẽpli cauſa, Motus Lunæ in Die ab Alfonſo ſtatuitur, 13 Graduũ,10 Mi. 35 Secũd. 1 Tert. 15 Quart. Volo hinc diſcere,quã tum eadẽ Luna vnius Horæ ſpatio emetiatur. Di uidam ergo motũ aßignatũ per 24 Horas,hoc eſt Integra. In primis non poſſunt 13 diuidi per 24, ideóq; multiplico 13 per 60,fiunt 780 Minuta, quibus addenda ſunt 10 Minuta quæ ſequuntur. Iámque 790 diuiſa per 24,fiunt 32 Minuta,re ſtãt 22,quæ rurſum in 60 ducta,faciũt 1320 Se cũda. His adiicio 35 Secũda: vnde colliguntur 1355 Secũda. Hæc diuido per 24,colligo 56 Secũda. Re ſtant verò 11 Secunda. Hæ multiplicata per 60, reddũt 600,quibus ſi 1 tertiũ adiecero,fiunt 661 Tertia. Hæc diuido per 24,fiunt 27 Tertia. Relin quuntur 13,quæ ducta in 60,efficiunt 780 Quar ta,quibus 15 adiicio,ac ſurgunt 795 Quarta,quæ diuido per 24,ac colligo 33 Quarta. Ac ſic progre diendum eſt quãtum libet: nos enim reliquas fra ctiones,breuitatis gratia,omiſimus. Itaque motus horarius Lunæ,eſt 32 Mi. 56 Secunda, 27 Tertia, & 33 Quarta. Verùm frequenter accidit, Diuiſorẽ eſſe cõpoſitũ ex variè denominatis numeris,ac tũc maior longè incidit difficultas. Vt, Fingamus Lu nam diſtare ſecundum viæ ſuæ tramitem, ab ali-

qua stella fixa, 36 Gradibus, 30 Minutis, 24 Secūdis, 50 Tertiis, & 15 Quartis. Quæritur, quāto tēpore Luna spatiū illud percurret secundū mediocrem suū cursum, quē statuimus 13 Gradibus, 10 Mi. 35 Secūd. 1 Terti. & 15 Quart. per Diē. Duplex autē in tali diuisione via potest adsignari. Altera est, vt vterq; numerus, tā Diuidendus quàm Diuisor, reducatur ad minimā in quæstione propositā denominationē, vt hoc in loco ad Quarta. Fit autē reductio talis per multiplicationē sexagenariā: quēadmodum in nostra Quæstione, primū multiplicauimus 36 per 60, fiunt 2160 Minuta: his adiiciemus 30 Mi. fitq; summa 2190 Mi. Hæc rursum per 60 multiplicauimus: sic enascuntur 131400 Secunda: quibus adiecta 24 Secunda, constituunt 131424, Secūda. Hæc deinceps per 60 multiplicata, faciūt 7885440 Tertia. His adiecta 50 Tertia, efficiunt 7885490 Tertia. Demū hæc in 60 ducta, producūt 473129400 Quarta: quibus si 15 adiiciantur, fit tota summa diuidenda, 473129415 Quarta Eodem modo Diuisor reductus constituit 170766075 Quarta. Facta reductione, diuidatur numerus Diuidendus per Diuisorem, & productum denominabitur ab Integris. Quod verò diuidi non potest, ducatur in 60: productúmque diuisum per eundem Diuisorem, dabit Minuta:

Ac sic deinceps quãtum libet progredi licebit, Vt, cùm diuido 4731294 15, per 170766075, primò producuntur duo Dies, restant verò 131597265 Quarta. Hæc ducãtur in 90, fiunt 7895835900 Quinta, quæ deinceps diuisa per 170766075 Quarta, producunt 46 Minuta Diei. Sunt autem residua 40595450 Quinta: hæc multiplicata per 60, gignunt 2435727000 Sexta, quæ si diuidantur per 170766075 Quarta, colliguntur 14 Secunda. Atque hoc modo procedendum ad reliquas Fractiones, multiplicando residua per 60, ac diuidẽdo per eundem Diuisorem. Hic verò modus reducendi valet non solùm in diuisione, cùm Diuisor compositus est, verùm etiam in omni alia Diuisione commodißimus existit. Neque verò in Diuisione sola hæc ad vnã minimámq; Fractionem reductio locum habet, sed in multiplicatione quoque sæpe exercetur, id quod amplius declarare non videtur necessarium. Ipsa autem reductio haud aliter fit quàm nunc indicauimus. Multiplicatio verò per se nota. Verùm productus numerus, Diuisione sexagenaria ad proximè maiorem Fractionem reducitur: vbi si ad hũc numerus superauerit 60, rursum fit Diuisio, atque sic deinceps, donec ordo per Diuisionem ad Integra perducat, vel ad numerum minorem 60. Sed de his satis.

Restat alia via diuidendi absque reductione numerorum, non paruam habens difficultatem. Hanc exemplo potius, quàm obscuris verborum ambagibus declarandam censeo. Ideóque proponantur iidem numeri diuidendi, ac idem quoque Diuisor qui in Quæstione superiori adsignabantur, ac collocentur hoc ordine.

Integr.	Mi.	2.	3.	4.	
36.	30.	24.	50.	15.	Diuidendus
13.	10.	35.	1.	15.	Diuisor.

Hic quæro, quoties 13 in 36? quia verò bis continentur, multiplico totum Diuisorem per 2: fiunt 26 Integra 21 Mi. 10 Secund. 2 Tertia, 30 Quarta, quæ subtracta ex Diuidendo, relinquunt 10 Integra, 9 Mi. 14. Secund. 47 Tertia, & 45 Quarta. Iam quia 10 Integra amplius per 13 diuidi nequeunt, resoluo ea in Minuta, multiplicando per 60: fiúntque cum 9 Mi. 609 Minuta. His rursum Diuisorem subiicio.

Mi.	2.	3.	4.		
609.	14.	47.	45.	0.	
13.	10.	35.	1.	15.	Diuisor.

Hic rursus quæro, quis sit numerus qui in Diuisorem ductus, totum suprapositum quàm proximè auferat. Inuenio autem 13 in 606, contineri

quadra

quadragies sexies, satis restare pro reliquis multiplicatis per 46. Ideóque totum Diuisorem multiplico per 46 Minuta: siquidem diuidendo Minuta per Integra, fiunt Minuta. Prodit autem ex multiplicatione hîc numerus, 606 Mi. 6 Secũda, 50 Tertia, 57 Quarta, & 30 Quinta. Hæc aufero ex superiori secundum Regulas in subductione datas, restant 3 Mi. 7 Secũda, 57 Tertia, 47 Quarta, 30 Quinta. Et quia 3 Mi. per 13 diuidi nequeunt, resoluo ea in Secunda, per 60 multiplicando: sicque cum 7 additis, fiunt 187 Secunda, 56 Tertia, 47 Quar. 30 Quinta. Hæc rursum diuido per Diuisorem. Quoniam enim 13 in 187 continentur decies & quater, multiplico totum Diuisorẽ per 14 Secunda: nam diuidendo Minuta per Integra, colligimus Secunda. Efficit autem multiplicatio 184 Secũda, 28 Tertia, 10 Quarta, 17 Quinta, 30 sexta. Ablatis istis ex superiore, restant 3 Secũda, 28 Tertia, 37 Quarta, 12 Quinta, 30 Sexta. Per hæc verò licebit vlteriùs diuidendo progredi quantum placet. Sed nobis sat esse videtur, ostendisse duplici via ad eundem finem peruenire nos posse. Inuenimus enim vtroque modo Lunam absoluturam spatiũ adsignatum, duobus Diebus, 46 Minutis Dierum, & 14 Secundis Dierum, hoc est, duobus Diebus, 18 Horis, & 53 Minutis. Reducũ-

tur enim Minuta Dierum in Horas, duplando ac diuidendo per 5: sic Secunda Dierum reducuntur in Minuta Horarum, duplando ac diuidendo per 5. Id quod ex Regula Proportionum colligitur. 60 enim Minuta Diei faciunt 24 Horas: siue 5 faciunt 2: Atque eodem modò de reliquis iudicandum. Qualiter verò cùm Multiplicatio tum Diuisio per Tabulam vocatam proportionalem absoluantur, hoc loco superuacaneum docere puto, cùm hæc ratio sufficiat: nec illa careat sua difficultate, tum verò satis apud authores Tabularum illa tractantur.

De Radicum extractione.

EXiguus vsus est Radicum Quadratarum aut Cubicarum in Fractionibus Physiciis, nec aliqua difficultas. Quæruntur enim eodem modo Radices, quo in vulgari Arithmetica docetur, solũ verò artificium est in denominatione inuenienda. Oportet autem esse vel Integra, vel denominationem parem, cùm Radicem Quadratam inuenire volumus. Vt, Radix Quadrata de 36 Integris, est 6 Integra. Item Radix Quadrata de 36 Secundis, est 6 Mi. Item Radix Quadrata de 36 Quartis, est 6 Secunda. Oportet enim solùm denominationem mediare, vt surgat denominatio Radicis.

Quòd

Quòd si numerus cōpositus ex variis proponatur, is ad vnicam reducendus, vt in Diuisione diximus. Sic radix Quadrata de 26 Minutiis, & 40 secundis, est 40 Minuta. Nam 26 Minu. valent 1560 secunda: quibus si 40 adiiciātur, fiunt 1600 Secunda: horum Radix Quadrata, est 40 Minuta. Si verò numerus proponitur cuius denominatio non fuerit par, reducetur ad talem denominationem. Vt, volo inquirere Radicem Quadratam 4 Graduum, 25 Minutorum. Reducta ad Secunda fiunt 15900 Secunda, horum Radix Quadrata valet 126 Minuta. Quòd si exactiùs vellemus Radicem inquirere, reducenda essent illa Secunda ad Quarta.

Sic in Cubicis oportet denominationem esse ternario diuisibilem, vel integra esse. Ideóque si talia non proponantur, reductione vtendum est. Itaque Radix Cubica de 27 Integris, est 3 Integra, Radix Cubica de 27 Tertiis, 3 Minuta, Radix Cubica de 27 Sextis 3 Secunda. Demum Radix Cubica ex 59 Integris 19 Minuta 8 Secundis 24 Tertiis, valet 234 Minuta. Reducti enim numeri ad Terria, constituunt 12812904 Tertia, quorum Radix Cubica valet 234 Minuta, siue 3 Integra, 54 Minuta. Eodem modo agendum est de aliis similibus. Examinantur autem

omnes istæ species & operationes, per contrarias operationes. Et si Quæstiones obiiciantur ex Regula proportionum, quemadmodum frequenter pro parte proportionali in Tabulis inuenienda contingit: perficienda est Regula multiplicando, & diuidendo per has species, vt ratio Regulæ exigit.

Iucundæ aliquot quæstiunculæ.

SI quis petat quatuor ponderibus tantùm omnia perpendi pondera, quæ sunt ab vno vsque ad 40, ita vt non opus sit aliis ponderibus: id efficies, si vnum pondus sit vnius Libræ, secundum trium, tertium 9, quartum 27. His enim potes omnia emetiri pondera ab vno ad 40: Vt si velis efficere 21 libras, pone in altera bilance 27 & 3, in altera verò 9. Si 20 Libras petis, pone in altera 27 & 3, in altera, 9 & 1. Eadem ratione licebit quinque ponderibus perpendere omnia pondera ab vno ad 121 vsque, scilicet, 1, 3, 9, 27, 81. Item per 6 ad 364, scilicet 1, 3, 9, 27, 81, 243.

COncepit quidam numerum aliquem, quem vt indices, ita agito: Iube eum triplare conceptum animo numerum, triplum mediare, deinde

inde Quotientem rurſus triplare, triplum hoc rurſus mediare. At ſi in priori mediatione impar fuerit numerus triplus, (id enim inquirendum eſt) tum iube illum parem ex eo facere, additione vnitatis, ac deinde mediet: tu verò ex hac additione, 1 tibi reſerua. Si verò in poſteriori mediatione id accidat, idem iubebis eum facere, ſed tibi 2 ſeruabis: deinde iube illum abiicere 9, quoties poteſt, ex vltimo ſuo numero: tu verò toties 4 numerabis, ac deinde adiicies ſi quid ſeruaueris. Vt cogitauerit quiſpiam 7, id ſi triplet, erunt 21, quæ non poſſunt mediari, igitur adiiciat 1, fiunt 22: ea mediet, ſunt 11, tu verò retine 1, deinde iube vt rurſus triplet 11, fiunt 33: ea rurſus mediari non poſſunt, niſi vnitate adiecta, ita erunt 34, quorum dimidium 17 valet, tu verò 2 hîc collige: Iam iube illum adiicere 9, quoties poteſt, verùm quoniam tantùm ſemel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires, ſed pro eo 3 tibi ſeruaueras, quæ cum 4 addita, 7 faciunt.

SI tres diuerſæ res abſcondantur à tribus diuerſis perſonis, tu verò per Arithmeticam tanquam diuinus vates vnicuique dicere velis quam abſconderit rem, ita agito: Sint tres res a,

b,c,animo tuo ſignatæ,perſonæ vero ordine animo tuo hæreant, primus, ſecundus, tertius:tum priuſquam res abſcondant ,pone in medium 24 proiectiles,ex his da primo 1 in manu,ſecundo,2,tertio 3:Deinde colloca tres res ordine,& præcipe illis,vt vbi abieris,tum ſinguli vnam ex his rebus quamcunque velint abſcondant, ſed ea lege,vt qui abſconderit a,capiat ex 18 proiectilibus relictis,adhuc tot proiectiles quot habet is ipſe in manu. Qui verò b abſconderit,duplum capiat,qui tandem c,quadruplum. Reliquum verò in menſa aut loco aperto relinquant . Hinc tribus rebus & perſonis per ordinem memoriæ infixis, ſecedas, quouſque res abſconderint,ac rationem inierint.Tum reuerſus, inſpice reſiduos in tabula proiectiles, qui perpetuò aut eſt 1,aut 2,aut 3,aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tantùm fuerit,tum primus abſcondit a, ſecundus,b, tertius c. Si duo, tum primus abſcondit b ſecundus,a,tertius,c.Reliquos ex tabella annexa intelliges modos.

Reſidui

Residui proiectiles.	Personæ.	Res.
	1	a
1	2	b
	3	c
	1	b
2	2	a
	3	c
	1	a
3	2	c
	3	b

Residui proiectiles.	Personæ.	Res.
	1	b
5	2	c
	3	a
	1	c
6	2	a
	3	b
	1	c
7	2	b
	3	a

IACOBI PELETARII
ANNOTATIONES IN
Arithmeticam.

C*Harta 4.Pag.1.lin.20.Elemēta sunt decem.) Nouenarius igitur non est ultimus simpliciū Numerorum, sed Denarius, quanuis huic proprius character non sit assignatus. Estque admiratione dignum, quòd supra Denarium, Numeri in se ipsos recurrant, neque ulla alia ratio Numerorum excogitari potuerit, quàm ex nouem primis elementis & ipso Denario composita.*

Char.4.Pag.2.lin.16.A Chaldæis.) Alij tribuunt Phœnicibus, qui ob commodiorem negotiationis, quam precipuè exercebant, usum, Numerorum praxim excogitarunt, quæ posteà per manus tradita in scientiam redacta est. Aegyptiis tribuitur Geometriæ inuentio. Diuidendi enim fuerunt agrorum limites, quos Nili inundationes confundebant: Chaldæis Astrologia, qui & ipsi peculiari nomine Genethliaci & Mathematici dicti sunt.

Char.6.Pag.1.linea 12. Partiuntur etiam authores.) Habet & numerus Par tres species, Pariter parem, qui usque ad unitatem continuè diuidi potest in æquas partes. Vt 32 in 16, deinde in 8, pòst in 4. tandem in 2, usque ad 1:

Pariter

Pariter imparem, qui vnam tantum admittit sectionem æqualem. Vt 2, 6, 10: Sic impariter parem, qui plures admittit diuisiones, sed non vsque ad vnitatem: Vt 20, 36, 48, &c. Est igitur particeps duorum priorum, pariter paris, & pariter imparis.

Char. 6. Pag. 1, lin. 15. Possúntque plures aliæ diuisiones numerorũ fieri, vt in Perfectum.) Numerus perfectus dicitur, qui integrè constat ex aggregato omnium numerorũ qui ipsum numerant. Veluti 6, quẽ numerant 3, 2, 1, atque ij iuncti faciunt 6. Numerus Perfectus semper in 6 vel in 8 terminatur. Intra primum Denarium, hoc est ab 1 ad 10, solus Senarius est Perfectus. Intra secundum Denarium, scilicet à 10 vsque ad 100, solus 28 est perfectus, 100 ad 1000, solus 496. A 1000 ad 10000, solus 8128. In summa vnicus reperitur numerus Perfectus in quolibet decuplo augmẽto. Huic numero opponitur Diminutus, cuius partes numerantes, ipsum non integrant. Veluti, 10 numerus à 5, 2, 1, qui iuncti tantùm octo efficiũt. Est & numerus Abundans, qui à suis numerantibus superatur. Vt, 12, numeratur à 6, 4, 3, 2, 1, quorum aggregatum reddit 16.

Numerus Primus, est quem vnitas sola metitur. Numeri contra se primi dicuntur, qui nullum ha-

bent numerum communem qui ipsos diuidat, vt 5, & 7, & 9, & 11, & similes. De Quadratis & Cubis dicet author suo loco.

Char. 7, Pag. 1. lin. vlt. Collige omnes numeros.) Ea est proprietas Nouenario numero, quòd ipse mẽsurat æquali excessu notas collectas simplici valore æstimatas, & numerum significatum per illas ordine recto & præpostero. Vt in 84 & 48: 8 & 4 faciunt 12, à quibus ablatis 9, supersunt 3: 9 ergo numerant 84 & 48, hunc ter, illum nouies, & restãt vtrinque 3. Circuli, hoc est Cyphræ non mutant superfluum eius. Hic itaque numerus 45630, diuiditur per 9 præcisè: cõtinet enim 9, 5070: hoc est, quinquies millies septuagies.

Char. 9. Pag. 2. lin. 9. Scribe Digitum vnum supra alterum, &c.) Alia item ratione poteris Digitorum in Digitos multiplicationem expedire: scilicet vt maioris digiti distantiam à 10 accipias, postea minorẽ Digitum à suo Denario, quem denominat toties auferas quot in numero distantiæ sunt vnitates. Vt octies nouem, aufer à 9 vnitatem, qua distat à 10, & ab 80, qui est denarius ab 8 denominatus, aufer semel octo, restant 72, numerus ex vtriusque inuicem multiplicatione consurgẽs. Item septies octo, aufer distantiam 8 à 10, quæ est 2: deinde à 70, qui est denarius à 7 denomina-

minatus, aufer bis ſeptem, ſuperſunt 56, numerus ex multiplicatione 8 in 7 conſurgens.

Char.19.Pag.1.lin.14. Artificium verò magis, &c.) Hic author commodioris diſciplinæ gratia, tradit primum & tertium numerũ de eadem re eſſe debere, non tamen adeò neceſſarium. Nihil enim refert vtrum primus cum tertio, an primus cum ſecundo de eadem ſit re, modò diligenter attendamus eandem proportionem eſſe debere primi ad ſecundum, quæ tertij ad quartum nobis ignotum. Vt ſi formulam ab authore aſſcriptam ſic collocemus, 3, 9, 20, in idem recidet operatio: quæ & directa eſt, & conformis doctrinæ Euclidis in 19 Propoſitione ſeptimi Elementorum, vnde ſumpta eſt hæc Regula 3 quantitatũ. Ratio in hoc tota eſt, quòd nihil intereſt, vtrum tertius per medium, an medius per tertium multiplicetur, per 16 eiuſdem ſeptimi Elementorum.

Char.19, Pa.2.lin.18. Collocatis numeris ordine præſcripto.) Duò Canones ſequentes æquè atq; primus certi ſunt, tamẽ diſcentibus negotiũ facturi, niſi in priore tertius numerus primũ: & in altero, ſecundus exactè primum cõtineat. Vt in Exemplo priore authoris 23, 48, 69, quoniam 69 continent exactè 23, in promptu eſt operatio. Et in altero, 22, 66, 106, quia 66 cõtinent 22 præciſè, praxis faci-

lis eſt. Sed in hac poſitione 15,36,47, vbi primus numerus neq; ſecundum neq; tertiũ numerat, neutro modo operari poterit qui Fractiones non didicerit. Prima ergo traditio vna omnium commodiſſima.

Char. 20, Pag. 2, lin. 17. Scribuntur autem per plures ſimplices minutias.) Sed vna harũ duntaxat, per lineam ſcindetur: cæteræ interſectione carent: Vt $\frac{33}{42}$*: Item* $\frac{326}{437}$.

Char. 22, Pa. 1, lin. 9. Diuide igitur $\frac{27}{63}$ *per. 9.) Intellige 27 diuidi debere per 9, & 63 itidem per 9.*

Char. 23, Pag. 1. lin. 7. hic Canon generalis eſt.) Partes ad quamlibet denominationem ſic reducuntur. Per Nominatorem reducendarum, multiplica Denominatorem earum ad quas vis reducere: productum partire per Denominatorem reducendarum, prodibit Numerator tui Denomitoris. Vt, Si vis reducere $\frac{2}{3}$ *ad Sextas: hoc eſt, ſcire quot Sextas contineant duæ tertiæ: multiplica 6 per 2, fiunt 12, quæ partire per 3, fiunt 4, Numerator Sextarum. Igitur* $\frac{2}{3}$ *valent* $\frac{4}{6}$*. Item reducendæ ſunt* $\frac{12}{16}$ *ad Quartas, multiplica 12 per 4, fiunt 48: quæ diuide per 16, prodeunt 3, Numerator Quartarum. Itaque* $\frac{12}{16}$ *valent* $\frac{3}{4}$*. In reductione maiorũ partium ad minores, quoties aliquid reliquum fuerit, id erit pars partis, habebítque prior Fractio Denominationem in recto caſu à maiorum partium*

Deno-

Denominatore qui Diuisor fuerit: posterior verò in casu obliquo à Denominatore minorum. Vt, volo reducere $\frac{3}{5}$ ad Septimas: per 3 maioru̅ partium Numeratorem, multiplico 7, minorum partium Denominatorem, fiunt 21: quæ diuido per 5, maiorum partium Denominatorem, proueniunt $\frac{4}{7}$ & $\frac{1}{5}$ 7: hoc est, quatuor Septimæ & vna Quinta vnius Septimæ. Itidem in reductione minorum partium ad maiores, Fragmentum fragmenti sumet denominationem in casu recto à minoris fragmenti Denominatore, per quem fit diuisio: alterum verò in obliquo à Denominatore maioris. Vt si $\frac{7}{8}$ ad Quintas reducere velis, duc 7 in 5, fiunt 35: hæc diuide per 8, prodeunt $\frac{4}{5}$ & $\frac{3}{8}\frac{3}{5}$: hoc est, quatuor Quintæ cum tribus Octauis vnius Quintæ.

Char. 24, Pag. 1. lin. 18. Diuisio. Multiplica Numeratorem diuidendi, &c.) Vt commodiùs & faciliùs opereris in Diuisione Partium, mutandus est Numerator Diuisoris in Denominatorem: deinde eodem modo operandum vt in Multiplicatione. Vt si diuidantur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, sic stabit Exemplum, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{5}$: duc 2 in 5, fiunt 10, Numerator: pòst, 4 in 3, fiunt 12, Denominator. Diuisis ergo $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, proueniunt $\frac{10}{12}$.

Char. 24, Pag. 1 lin. 23. Si Denominatores sunt similes, diuide Numeratore̅ diuidendi per alteru̅.)

Hoc est, ex Numeratore Diuidendi fac Numeratorẽ, ex Numeratore Diuidentis fac Denominatorem. Vt $\frac{4}{12}$ per $\frac{2}{12}$, diuide 4 per duo, hoc pacto $\frac{4}{2}$.

Char. 25. Pag. 2. lin. 9. Veluti si modius tritici væneat, &c.) Hæc positio non conuenit authoris proposito: sed oportuit maius precium modij ponere in fine quæstionis, hoc pacto: si modius tritici væneat 8 grossis, tum pẽdet panis vnius Grossi 6 Libris, quãtum deprimet panis eiusdem precij dum eadem mensura tritici valebit 12 Grossos? Nam in hac positione quanto pluris vænibit triticum, tanto plus deprimet panis, manente eodem precio ipsius. Si enim sic statuamus 8, 6, 12, multiplicati 8 per 6, fiunt 48, quibus diuisis per 12, fiunt 4 Libræ, quibus pẽdebit panis. Vel sic quærendũ fuit, Si modius tritici valeat 8 Grossos, tum pendet panis vnius Grossi 6 Libris, quanto plus pendebit panis eiusdem precij dum eadem mensura tritici vænit tantùm sex Grossis? Hic quãto minoris vænit triticum, tanto plus pendebit panis. Sic igitur stabit formula, 8, 6, 6: multiplica primum per medium, fiunt 48, quæ diuide per vltimum, exeunt 8 Libræ, tantum pendebit panis vnius Grossi.

Char. 27, Pag. 1, lin. 2. Dic Equi septem.) In hac Quæstione non habet locum Euersio Regulæ: quæ vt locum habeat, sic potest fieri Quæstio: Equi

7 edunt

7 edunt 12 mensuras auenæ 20 diebus, quot diebus 14 equi edent 15 mensuras? Dic, 7 equi dant 20 dies, quot dies dant 14 equi? multiplica primum per secundum, fiunt 140. hæc diuide per tertium, fiunt 10. Rursus, 12 mensuræ dant 10 dies, quot dant 15 mensuræ? Vtere directa operandi forma, proueniunt 12 $\frac{1}{2}$ dies.

Char. 30 pag. 1, lin. 8. Dic, 19 accipiunt 3600, &c.) Possumus etiam testatoris mentem sic interpretari, vt mater, filius, & filia, semissem & tertiam partem duntaxat bonorum inter se diuidant, quæ simul additæ efficient 3000 aureos. Dic ergo, 19 diuidit 3000, quantum accipiet 4? quantum 6? & quantum 9? habebit filia 631 $\frac{10}{19}$, mater, 947 $\frac{7}{19}$, filius verò 1421 $\frac{1}{19}$. Restabunt autem ex tota hæreditate 600 aurei inter cæteros hæredes, si qui sint, diuidendi.

Char. 30, pag. 1, lin. 19. Is numerus est quem quærimus.) Numerum minimum qui quascunque partes denominantes contineat, reperies: Multiplica primum Denominatorem in secundum, qui si inuicem primi fuerint, hoc est, si nullum numerum communem habeant qui ipsos numeret præter vnitatem, numerus ex multiplicatione productus erit minimus qui ipsos Denominatores contineat. Si verò alius præter vnitatem nume-

rus ipsos numeret.ex vtroque elice numerum proportionis minimum per doctrinã ab authore traditam in Canone Reductionũ,ac vide quoties hic numerus in vtroq; Denominatorum habeatur: Quotientes, vt vocãt, subnota, ac per horum minorẽ multiplica maiorem Denominatorẽ,aut per maiorem multiplica minorẽ Denominatorem in modũ crucis obliquæ,quam D. Andreæ vocãt:proueniet numerus minimus ipsos Denominatores continẽs. Deinde productum numerum confer eodem modo cum denominatore sequenti:ex vtroque elice numerum proportione minimum:per minorem quotientem multiplica maiorem numerũ, aut minorẽ per maiorẽ,quod idem est: productũ erit quæsitum, sicq; continuandum vsque ad vltimum Denominatorem, numerus vltimò repertus,erit minimus, qui omnes has partes denominãtes complectatur. Exemplum. Quærendus est numerus minimus qui $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ *&* $\frac{1}{6}$ *contineat. Multiplica primùm denominatorem, 2 scilicet,in secundum denominatorẽ, 3, fiunt 6. Et quia 2 & 3 sunt inuicem primi, 6 erit minimus numerus qui* $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{1}{3}$ *contineat. Postea confer numerum productum,nempe 6, cum tertio Denominatore 4: Et quia in vtroque binarius est proportione minimus,in 4 bis, in 6 ter contentus: multiplica 6 per 2, vel 4 per 3, exurgunt 12, numerus*

merus minimus, qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ *&* $\frac{1}{4}$ *contineat. Postea confer* 12 *cum quarto denominatore,* 5 *scilicet. Et quia sunt cōtra se primi, numerus ex ipsorum multiplicatione consurgens, ut pote* 60, *erit numerus minimus, qui* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ *&* $\frac{1}{5}$ *complectatur. Demum confer* 60 *cum* 6, *quinto Denominatore: & quoniam senarius continet unitatem sexies,* 60 *toties denarium: multiplica* 6, *denominatorem per* 10, *vel* 6 *per* 1: *manent ipsa* 60, *numerus quæsitus: nempe minimus qui* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ *&* $\frac{1}{6}$ *comprehendat, hoc est infra hunc numerum non reperietur alius qui ab omnibus iis Denominatoribus exactè diuidi possit. Item, Volo minimum numerū ab his numeris* 4, 10, 16 *numeratū: Numerus proportione minimus inter* 4 *&* 10 *est* 2, *in* 4, *bis, in* 10, *quinquies contentus: multiplico* 4 *per* 5, *aut* 10 *per* 2, *fiunt* 20. *Rursus* 4 *in* 20, *sunt quinquies, in* 16, *quater, per* 4 *multiplico* 20, *aut* 16 *per* 5, *fiunt* 80, *numerus minimus qui hos tres numeros* 4, 10, 16 *exactè contineat.*

Chart. 32, *pag.* 2, *lin.* 7. *Summa,* 3 *dant* 1 *&c.*) *Dic ergo,* 3 *dant unam amphoram, quantum* 2? *proueniunt* $\frac{2}{3}$ *prioris amphoræ valentis* 8 *Grossos, quæ efficiunt* 5 *Grossos cum* $\frac{2}{6}$ *unius Grossi. Rursus,* 3 *dant unam amphoram, quantum* 1? *facit* $\frac{1}{3}$ *alterius amphoræ valentis* 11 *Grossos: hæc ter-*

tia valet 2 Grossos cum $\frac{4}{6}$ vnius Grossi:quæ summa iuncta cum priori,nempe 5 $\frac{2}{6}$, faciet 9 Grossos, quod erat inuestigandum.

Char.34.pag.1,lin.17.Iam dic per regulam notissimam 2.Lib.primi argenti opus habent &c.) Est enim eadem proportio $\frac{2}{7}$ primi argenti ad $\frac{5}{7}$ secundi, quæ est duarum Librarum eiusdem primi ad quinque Libras secundi: idémq; est ac si diceres, $\frac{2}{7}$ primi opus habent $\frac{5}{7}$ secundi,quantum desiderant $\frac{100}{1}$? sed operatio per integra facilior.

Char.34.pag.1,lin.21.Examen huius Regulæ est,&c.)Vt in vltimo Exemplo,numerus secundi argenti inuentus est $\frac{5}{7}$,per hunc multiplica $\frac{24}{11}$,quæ significant precium ipsius secundi argenti, fiunt $\frac{120}{7}$.Rursus numerus primi argenti, inuentus est $\frac{2}{7}$,per hunc multiplica $\frac{17}{1}$,quæ significant precium primi argenti:proueniunt $\frac{34}{7}$. Adde ergo $\frac{120}{7}$ cum $\frac{34}{7}$ fiunt $\frac{154}{5}$,hoc est 22 Integra, quæ est summa primùm constituta.

Char.44,pag.1,lin.16. Dupla Radicem inuentam, dein vnitatem adiice.) Vnitatem,non quæ notarum numerum,sed tantùm primam notam augeat. Exemplum, Volo Radicem huius numeri 1939. Ea est 44, & quia supersunt 3, duplo Radicem, fiunt 88:his addo 1, fiunt 89,quibus suprascribo ternarium qui reliquus erat. Dico ergo Radicem

Radicem 1939 esse 44 $\frac{2}{19}$, satis præcisè.

Char.47. Pag.1,lin.26. Idem enim efficies.) Quod de quibuscunque numeris intellige. Verbi gratia, Multiplica 4 per 5, fiunt 20, tum 20 per ipsa 4, idem efficies ac si multiplicaueris quadratum 4 scilicet 16, per 5. Nimirum quòd quater quinquies quatuor idem efficiant quod quinquies quater quatuor.

Char. 51, Pag. 1, lin. 8. Quantum protenditur in turrim.) Hoc est quam altè innitatur, scilicet quanta sit altitudo concursus Scalæ cum Turri.

Char. 52, Pag.2, lin.5. Quam vocant Cosæ.) Italis hæc Regula fuit frequentissima, in qua quoniam ferè ponitur vnum quid, seu vna Res, ea apud ipsos lingua patria dicta est, Regula della cosa, ac si Gallis diceretur, la Regle de la Strose. Algebra autem dicta videtur à Gebro Arabe vt vox ipsa sonat, huius artis si non inuentore, saltem Excultore: alij tribuunt Diophanto cuidam Græco. Nos de his præfati sumus in Algebra Gallica, quã nos iampridem Latinam factam edidissemus si per temporum perturbationes licuisset.

Char. 61, Pag.2, lin.21. Dico ergo summam omnium &c.) Hæc non est legitima Proportionum Additio: Vt tertio Arithmeticæ nostræ Libro ostendimus.

DE FRCTIONIBVS Astronomicis Compendium. Ac primò de earum vsu, serie, ac denominatione.

FRactiones Astronomicæ, quas vulgò Physicas vocãt, ad motus cælestes seu circulares supputandos potissimum spectant. Circulus 12 Signis constat: Signum, 30 Gradibus: Gradus, 60 Minutis: Minutum, 60 Secundis: Secundũ, 60 Tertiis: Tertium, 60 Quartis: & sic continuè pergendo per sexagenarium decrementum quoad placuerit: etsi hanc progressionem vix aut nunquam vltra decima supputationum vsus admittat.

Quemadmodum in vulgarib. calculis, precipuè attenditur Denarius numerus, sic in Fractionib. Astronomicis Sexagenarius, vtpote omnium numerorum qui intra centum sunt, aptissimus ad diuisionem recipiendam. Habet enim partes duas, tres, quatuor, quinque, sex, decẽ, duodecim, quindecim, viginti, triginta. Vnde quanuis Signa communia 30 tantùm Gradibus constent: tamen ad cõmodiorem motuum & tabellarũ supputationem, Astronomi ex duobus Signis communibus vnum maius Signum efficiunt: vt Signum 60 Gradus contineat, & totus Circulus 6 dũtaxat Signis compleatur:

tur: 60 Signa vnum secundum maius efficiũt: 60 Secunda, vnum tertium, 60 Tertia, vnum quartum: & sic seriatim ac sursum eundo per continuũ augmentũ sexagenarij numeri. Sed huiusmodi consecutiones quæ signa transcendunt, quǽque impropriè Fractiones nuncupantur, nullum habẽt vsum nisi ad artem ostendendam.

Itaque signa communia, in maiora conuertẽda sunt priusquam Additionem, Subtractionem, & reliquas operationes Astronomicas aggrediare.

Scio aliorum rationẽ esse diuersam in statuẽdis denominatoribus maiorũ fractionũ, qui huic speci ei quã nos hîc secundorũ nomine appellamus, Primorum denominationem tribuũt: & quæ Tertia dicimus, Secunda vocant. Nos verò par esse duximus Gradus in medio collocari, quorũ, denominatio per 0 significatur: Minutorum, per 1, Secundorum per 2, &c. Sic Signorũ denominationẽ voluimus per 1 repræsentari: deinde proximè maioris fractionis per 2̄: proximè itẽ maioris, per 3̄, &c. quasi sic stet formulæ series. 4̄, 3̄, 2̄, 1, 0, 1, 2̄, 3̄, 4̄, &c. Hoc est, Quarta (scilicet maiora) Tertia, secunda, Signa, Gradus, Minuta, Secunda, Tertia, Quarta. Nemo igitur eo nomine offendi debet, quum disciplinæ ipsius norma nullo pacto peruertatur: quin etiam Canones Multiplicationis et Diuisionis hac

ratione longe faciliores ad generaliores redduntur.

Sicut in fractionibus vulgaribus duo sunt numeri, nẽpe Numerator & Denominator, ita & in Astronomicis: Sed vsus inualuit vt hic numerator inferiori, Denominator superiori loco ponatur, contrà quàm in Fractionibus vulgaribus.

Et quoniã fractiones Astronomicæ aliæ ex aliis conflãtur & depẽdent, fit vt vna quæpiam minor denominatio sine aliarum præcedentiũ annotatione nõ ponatur, Vt si 12 Minuta et 20 Secũda velim designare, ea sic exprimã. S. 0. g̃. 0. m̃. 12. 2̃. 20. Item 3, Signa cum 25 Minutis. S. 3. g̃. 0. m̃. 25.

Additio.

1 *Sicut in Additione Integrorum simplices notæ simplicibus, denæ denis, ac centenæ centenis directe subscribuntur: ita in Additione Fractionum Astronomicarum Signa signis, Gradus Gradibus, Minuta Minutis: & in summa quælibet Fractio, sui generis Fractioni subiici debet.*

2 *Cuiuscunque generis Fractio nõ excedit 59: quoties enim 60 attingit, ad anteriorem ordinem pertinet. Vt non recte annotabis 25 Gradus cum 76 Minutis, sed 26 Gradus cũ 16 Minutis. Praxis.*

3 *Signa cõmunia ad signa maiora reducito, vt monuimus, deinde quodlibet genus Fractionis suo loco disponito: sic vt eadem denominatio eidem*

denomi-

denominationi suppoſita ſit. Et initium faciens à dextro & vltimo loco, adde inuicem quaſcunque ſub eodem titulo repereris: eáſque ſub tranſuerſa linea reponito quemadmodum in Integrorũ Additione fieri ſolet, & ſub proprio titulo: ſicque per ordinem ſingulorum locorum ſeu titulorum numeros ſimul addere non deſines, donec omnes ad vltimum abſolueris. Exempli gratia, Addenda ſunt Signa communia 2, *Gradus* 16, *Minuta* 25, *Secunda* 17, *Tertia* 21, *Quarta* 27, *cum Signis* 4, *Gradibus* 20, *Minutis* 18, *Secundis* 22, *Tertiis* 30, *& Quartis* 12. *Reductis duobus Signis ad vnum, & quatuor ad duo, ſic ſtabit formula.*

S. g̃. m̃. 2̃. 3̃. 4̃.
1.16.25.17.21.27.
2.20.18.22.30.12.
―――――――――――
2.39.43.39.51.39.

Hæc facilior eſt quã quæ declarari debeat: Quoties enim aggregatũ Fractionũ vnius loci nõ ſuperat 60, *nihil differt operatio ab Additiõe Integrorũ. Si deſideres exemplũ in ſignis cõmunibus, eadem poſitio diuerſam habebit operationem, hoc pacto.*

S. g̃. m̃. 2̃. 3̃. 4̃.
2.16.25.27.21.27.
4.20.18.22.30.12.
―――――――――――
7. 6. 43.39.51.39.

Si verò ex vnius loci Additione excreuerit numerus supra 60, ea 60 ad anteriorem ordinem pertinent, ideóque vnitas addenda erit proximæ notæ sequentis tituli. Nam sicut integrorum supputationibus denarius numerus alicuius loci, per solam vnitatē anterioris loci significatur & suppletur: ita Sexagenarius numerus alicuius Fractionis Astronomicæ per vnitatem anterioris Fractionis denotatur. Exemplum. Addenda sunt Signa 5, Gradus 40, Minuta 33, Secunda 55, Tertia 40, & Quarta 24, cum Signis 7, Gradibus 25, Minutis 22, Secundis 18, Tertiis 47, & Quartis 53. Primùm incipe à Quartorum additione, hoc pacto, 3 & 4 faciunt 7, ea scribe sub linea transuersa, & sub Quartorū titulo, 5 & 2 itidem faciunt 7, quæ quoniam denariorum locū occupant, 7 denas Quartorum significāt: à quibus aufer 6 (ea sunt 60) manet 1: quā suscribe post 7, ac sub eodē titulo Quartorum, & 6 serua, inde ad Tertiorum ordinē veniens pro 6 seruatis, adde 1 priori notæ Tertiorum, scilicet 7: fiunt 8, quæ cū 5 faciunt 13, scribe 3: Deinde adde 1 ad 4, fiunt 5: quæ cum 4 faciunt 9, ex quibus aufer 6, manent 3, quæ subscribe post priorem ternarium, & pro 6 retentis adde 1 priori notæ sequentis ordinis Secundorū, fiunt 9, que cū 5 faciunt 14: scribe 4 sub Secundorum titulo: postea adde 1

de 1

de 1 ad 1, fiunt 2: quæ cum 5 faciũt 7, subscribe 1, retine 6: pro quibus adde 1 sequenti notæ Minutorum, fiunt 3, quæ cum 3 faciunt 6: quibus subscriptis, iunge 2 cum 3, fiunt 5, quæ subscribe post 6. Inde ad Graduum ordinẽ venies, cuius prima nota est 5, quæ cum 0 manet eadem: hæc scribe sub Graduum titulo, deinde iunge 2 cum 4, fiunt 6, quæ serua. Tandem ad signa peruenis, & pro 6 seruatis, adde 1 ad 7, fiunt 8, quæ cum 5 faciunt 13: scribe solam vnitatem, & 12 reiice, quæ duos Circulos faciunt. Erit igitur formula eiusmodi.

S.	g.	m.	2.	3.	4.
5.	40.	33.	55.	45.	24.
7.	25.	22.	18.	47.	53.
1.	5.	55.	14.	33.	17.

Sequens Additio sursum eundo peruenit vsque ad Secunda maiora, quæ 60 Signa efficiunt.

Sec.	Sig.	g.	m.	2.	3.	4.	5.
	24.	32.	0.	25.	15.	34.	54.
	36.	12.	0.	26.	19.	33.	55.
	48.	45.	0.	27.	17.	35.	56.
	49.	29.	1.	18.	49.	44.	45.

Subtractio.

1 *Si fractiones subtrahendæ non superent eas à quibus fit subtractio, potestate aut numero, facilis est operatio. Nihil enim differt ab Integrorum*

subductione. Vt si auferenda sint Signa 2, Gradus 7, Minuta 12, Secunda 25, & Tertia 26: à Signis 3, Gradibus 10, Minutis 17, Secũdis 45, & Tertiis 54: sic stabit formula.

S.	g̃.	m̃.	2̃.	3̃.
3.	10.	17.	45.	54.
2.	3.	5.	20.	28.

2 *Si verò numerus subducendus alicuius generis superet numerum eiusdem generis vnde fit subductio: mutuare* 1 *à propinquiori nota superioris ordinis, quæ præsentis generis* 60 *vnitates repræsentabit: ea* 60 *adiunge numero à quo fit subductio, à collecto aufer subducendum numerum. Quòd si propinquior illa nota superioris ordinis nõ sit significatiua, sed* 0, *mutuare ab eius sinistro elemento. Quòd si etiam nullum sit, accipe ab vlteriori Fractionis genere. Deinde facta subductione, pro iis* 60 *adde* 1 *sequenti elemento primi generis subtrahendorum, productum aufer à superiori simili modo.*

Exemplum: Subtrahenda sunt Signa 2, Gradus 22, Minuta 45, Secunda 44 & Tertia 59: à Signis 4, Gradibus 0, Minutis 40, Secundis 46 & Tertiis 37. Primùm quoniam 9 à 7 non possunt auferri, aufer à 17: supersunt 8, quæ scribe sub transuersa linea, sub titulo Tertiorum: & pro 10

adde

adde 1 sequenti elemento, fiunt 6, quæ quum non possint auferri à 3, mutuare 1 à proximo genere Secundorũ, quæ 6 denas Tertiorum repræsentabit, vt cum 3 fiunt 9: è quibus retine 6, supersunt 3, quæ scribe sub titulo Tertiorum: ac pro 6, ad proximam notam Secundorum adde 1, fiunt 5, quæ aufer à 6, restat 1, quam scribe sub Secundorum titulo. Deinde 4 aufer à 5, restat 1: eam subnota post priorem. Tum sequentis ordinis proximo elemento adde 1, fiunt 6: quæ quoniam à nihilo non potes auferre, aufer à 10, restant 4, quæ scribe sub Minutorum titulo: & proximo quaternario adde 1, fiunt 5: quæ quum à 4 auferre non possis, mutuare 1 à proximo genere: Vbi quia nihil reperitur, mutuare ab vlteriori genere (Signorum scilicet) quæ vnitas cum 6 denas Minutorum valeat, cum 4 faciet 10, à quibus aufer 5, restant 5, ea subscribe. Postea ad proximam notam auferendi numeri, videlicet Graduum, adde 1, fiunt 3, quæ aufer à 10, restant 7: hæc subscribe, & adde 1 binario sequenti, fiunt 3: quæ quoniam non possunt auferri à loco vbi nihil est, mutuare rursus 1 à proximo genere Signorum: quæ faciet 6 denas Graduum, à quibus ablatis 3, restant 3. Vltimò peruenis ad Signorum titulum, vbi reperis 2, quibus adde 1, fiunt

3, quæ aufer à 4, restat 1, estque operatio absoluta. Sequitur formula.

S.	g.	m.	2.	3.
4.	0.	40.	56.	37.
2.	22.	45.	44.	19.
1.	37.	55.	11.	38.

In Tabularum calculis aliquãdo contingit vt Fractiones tum potestate tum numero maiores, à paucioribus & minoribus sint auferendæ. Vbi integrum Circulum, hoc est, 6 Signa mutuari oportet, vt vides in hac positione. Hæc autem reiiciuntur in Additione.

S.	g.	m.	2.	3.
2.	27.	33.	50.	
4.	38.	39.	44.	46.
3.	48.	54.	5.	14.

Multiplicatio.

1 *Fractionum Astronomicarum Multiplicatio & Diuisio tribus modis absoluuntur: Primo per reductionem ad minimum genus: Altero per Tabulam tabularum ad omnes supputationes inseruientem: Tertio per tabulas Sinuum. Hìc duntaxat primum modum attingemus, quòd initio nihil instituerimus aliud quàm compendiosè docere. Porrò Multiplicatio per Tabulam proportionum, etsi facilis ac expedita sit, Diuisio tamen per ipsam*

ipsam non minus est tædiosa (eæ plerunque occurrunt operationes) quàm per reductionem ad minimum genus.

2 Quantum igitur ad Multiplicationem attinet, summa artis est. Adde inuicem Denominatores, prouenit Denominator quæsitus: Numeratores verò multiplicantur inter se non aliter quàm Integra. Vt multiplicentur Secunda 5, per Quarta 7, adde 2 ad 4, fiunt 6, Denominator: deinde duc 5 in 7: fiũt 35, Numerator. Quo in loco rursus monendum est, Signa per 1: Gradus, per 0: Minuta etiam per 1 denominari: Signis verò Secunda maiora ascendendo continenter succedere.

3 Gradus itaque per quodcunque genus fractionis multiplicati, idipsum genus restituũt: Signa & minuta augent denominationem vnitate. Quum verò Fractio maior per minorem multiplicatur, Denominator exurgit, ablata minore nota à maiore. Vt Tertia maiora per Secunda minora multiplicata, producunt Signa. Rursus Tertia minora per Secunda maiora, producunt Minuta. Vbi diligenter animaduerte vtrius Fractionis maior sit nota. Nam si maioris Fractionis maior sit nota, producitur maior: si minoris, minor.

Hæc manifesta fiunt ex subiecta Tabella.

Ter.	*Secūd.*	*Sig.*	*Gr.*	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$
Sec.	*Quart.*	*Ter.*	*Sec.*	*Sig.*	*Gr.*	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
Sig.	*Tert.*	*Sec.*	*Sig.*	*Gr.*	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
Gra.	*Secūd.*	*Sig.*	*Gr.*	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$
$\bar{m}$	*Sign.*	*Gr.*	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$
$\bar{2}$	*Grad.*	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{3}$	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$
$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$
$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$

Titulum multiplicandæ Fractionis in ſiniſtro latere Tabulæ inueſtiga, multiplicantis, in vertice eiuſdem, aut è diuerſo: & ab vtroque in Tabulam procede recto introitu: angulus communis indicabit denominationem ex vtriuſque Fractionis multiplicatione prouenientem. De Multiplicatione vnius Fractionis in vnam, hæc ſufficiant.

4 *Contingit autē plerunque vt plures Fractionum ſpecies etiam per plures ſint multiplicandæ. Hîc itaque reductione opus eſt, hoc pacto: Singula fractionum genera quæ tum in multiplicandis tum in multiplicantibus ſunt, reduc ad vltimum & minimum genus in vtriſque contentum: producta quæ vtrinque exurgūt, multiplica inuicem: ſumma denominationem ſortietur quæ ex horum*

duorum

duorum Multiplicatione coaleſcere ſolet. Poſtea ex Diuiſione ipſius ſummæ per 60, ſcies quid quantúmque cuiuſlibet generis in ipſa contineatur, vt infrà docebimus.

5 *Reductio ad minimum genus, fit multiplicando Numeratorem maximi generis per 60, productum rurſus per 60, ſicque continuanda producti cuiuſque multiplicatio per 60 vſque ad vltimum & minimum genus. Quod vt faciliùs fiat, ſubiiciam multiplicationis & Diuiſionis per 60 compendium. Numerum multiplicandum duc in 6, producto adde 0. Vt ſi velis ducere 115 in 60: duc 115 in 6, fiunt 690; his adde 0: exeunt 6900. Simili ratione diuides per 60, interſecando primam notam numeri diuidendi, per virgulam, ac cæteras notas diuidendo per 6, ſiquid hinc ſuperfuerit, annectes notæ interſectæ, id erit totius Diuiſionis ſuperfluum. Vt ſi velis diuidere 265 per 60, ſegrega 5 per virgulam, hoc pacto, 26|5. Poſtea diuide 26 per 6, prodeunt 4, ſuperſunt 2, quibus annecte 5. Exurgunt itaque 4 ex diuiſione 265 per 60, & reſtant 25. Praxis.*

6 *Ducenda ſunt Minuta 16, Secunda 25, & Tertia 36, in Secunda 10, Tertia 15 & Quarta 20. Quoniam igitur minimum multiplicandarum Fractionum genus, eſt Tertiorum, quælibet Fractio*

ad Tertia reducenda est, hoc pacto : Duc 16 *Minuta in* 60, *fiunt* 960 *Secunda, his iunge* 25, *fiunt* 985 *Secũda: hæc quoque duc in* 60, *fiunt* 59100 *Tertia, quibus adde* 36, *fiunt omnino* 59136 *Tertia, quæ serua, donec eadem via Fractiones multiplicantes reduxeris. Et quoniam minimum multiplicantium genus, est Quartorum, quælibet species ad Quarta reducenda sunt. Duc ergo* 10 *Secunda in* 60, *fiunt* 600 *Tertia : quibus adde* 15, *fiunt* 615 *Tertia : hæc duc in* 60 , *fiunt* 36900 *Quarta, quibus iunge* 20 , *fiunt* 36920 *Quarta. Per hæc ergo multiplica* 59136 *Tertia, proueniunt* 2183301120: *quæ septimorum denominationem habẽt, quum Tertia per Quarta multiplicata producant Septima. Tandem vt scias quæ genera Fractionum , & quantum cuiusque generis in* 2183301120 *Septimis contineantur: hæc diuide per* 60, *exurgunt* 36388352 *Sexta: hæc quoque diuide per* 60, *exeunt* 606472 *Quinta, supersunt* 32 *Sexta: Diuide* 606472 *per* 6, *fiunt* 10107 *Quarta, supersunt* 52 *Quinta, diuide* 10107 *per* 60, *fiũt* 168 *Tertia, supersunt* 27 *Quarta. Tandem diuide* 168 *per* 60, *proueniunt* 2 *Secunda , supersunt* 48 *Tertia. Erit igitur productum:*

$\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$, $\bar{5}$, $\bar{6}$.
2, 48, 27, 52, 32.

Diuisio.

Diuisio.

1 *In Diuisione Fractionum Astronomicarum nihil intereſt ⁊tra per alteram diuidatur, quantum ad Denominatorem reperiendum: ⁊trobique enim idem exurgit Denominator. Vt ſi diuidas Tertia per Quarta, idem proueniet Denominator ac ſi diuideres Quarta per Tertia.*

2 *Summa ⁊erò artis eſt: Subtrahe* Denominato-*rem minorem à maiori, relinquetur Denominator quæſitus: Numeratores ⁊erò diuiduntur inter ſe non ſecus quàm Integra. Vt ſi Secunda* 18 *diuidēda ſint per Quarta 6: aufer 2 à 4, manent 2, Denominator: deinde partire 18 per 6, exeunt 3 Numerator. Habes itaque* $\frac{2}{3}$ *ex Diuiſione* $\frac{2}{18}$ *per* $\frac{4}{6}$.

3 *Atque hic Canon generalis eſt, præter quàm quòd ſi maior Fractio per minorem diuidatur, aut cōtra, producetur Denominator ex ⁊triuſque additione: ſed ex maiori Fractione fiet minor. Idem & ſi per Gradus maior diuidatur Fractio: Vt ſi Tertia maiora per Gradus diuidantur, fiunt Tertia minora. Vbique ⁊erò intelligo ſeruari Fractionum maiorum rationem quam ſuprà dedimus. Sed, ⁊t diximus, rariſſimè cadunt in ⁊ſum. Hæc demonſtrat ſequens Tabella.*

Quint.	Quar.	Ter.	Sec.	Sig.	g	m	2	3	4	5	6	7	8
Quirt:	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ter.	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sec.	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sig.	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9
g	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8
m	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7
2	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6
3	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5
4	8	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4
5	9	8	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3
6	10	9	8	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2

Titulum diuidendæ Fractionis inueſtiga in latere ſiniſtro Tabulæ, Diuidentis in vertice eiuſdem vel contrà, angulus communis oſtendet Denominatorem ex vtriuſque Fractionis inuicem Diuiſione prouenientem.

4 Quoties verò plures Fractionum ſpecies per vnam aut plures diuidēdæ ſunt, id per reductionem abſolues, hoc pacto: Omnes diuidendarum Fractionum ſpecies reduc ad vltimā ac minimam ipſarū denominationem, ſicut in multiplicatione docuimus, ac ſimili modo diuidētium, ſi plures ſint: productum diuidendarum partire par productum diuidentium, quod exibit, eam denominationem ſortietur,

tietur, quæ ex his ſpeciebus producti inter ſe diuiſis ſecundum Canonem naſci ſolet.

Exemplum. Sint Gradus 25, Minuta 15, & Secunda 30, diuidenda per minuta 15, Reductis diuidendis ad Secunda, proueniũt 90930 Secunda, quæ diuide per 15 Minuta, exurgunt 6062 Minuta, quum Secunda per Minuta diuiſa, reſtituant Minuta. Inuento producto, vt ſcias quantum cuiuſq; generis contineat, ipſum diuide per 60, vt ſuprà docuimus. Vt diuide 6062 per 60, habebis 101 Gradus & 2 Minuta, hoc eſt, 1 Signum, 41 Gradus & 2 Minuta, productum ex diuiſione ſuſcepta. Item, diuidendi ſunt Gradus 16, Minuta 19, Secunda 41, per Minuta 22, Secũda 4: Reductis diuidendis Fractionibus, exurgũt 58781 Secunda: Reductis diuidentibus, proueniunt 1376 Secunda: per hæc diuide 58781, prodeunt 43 Gradus, quum Secunda per Secunda diuiſa producant Gradus.

5 *Quòd ſi productum diuidens, maius ſit producto diuidẽdo, multiplica per 60 donec eò creuerit vt diuidi poßit. Exemplum: Diuidenda ſunt Minuta 32 & Secunda 23, per Secũda 51, & Tertia 20. Ex reductione diuidendarum, proueniũt 1243 Secunda, ex reductione diuidentium, 3080 Tertia. Et quoniam 1943 non poſſunt diuidi per 3080, multiplica 1943 per 60, fiunt 116580 Tertia. Hæc di-*

uide per 3080, exeunt 37 Gradus & $\frac{2620}{3080}$ vnius Gradus, quum Tertia per Tertia diuisa, producant Gradus.

6 Quoties verò restabunt minutiæ, vt in hoc postremo exemplo, hac ratione elicies quantum valeant. Multiplica Numeratorem Fractionis annexæ per 60: quod exurgit partire per Denominatorem eiusdem: productum erit proximæ denominationis ab Integris ipsas minutias præeuntibus. Vt in suscepto Exemplo, fractio annexa, fuit $\frac{2620}{3080}$: Duc 2620 in 60, fiunt 157200, hæc diuide per 3080, fiunt 51 (Minuta. s. proxima denominatio à Gradibus) & $\frac{120}{3080}$ vnius minuti. Cuius Fractionis æstimationem simili via inquirere posses. Verum quoniam hic error sensum effugit, in hoc & similibus potes tutò consistere.

De inuenienda Radice Quadrata in Fractionibus Astronomicis.

Artificium inueniendæ Radicis Quadratæ in Fractionibus Astronomicis, est vt accipias Denominatoris dimidiũ, relinquetur Denominator Radicis: Numeratoris verò Radicem inuestiga sicut Integrorũ. Vt Radix $\frac{\text{ii}}{16}$, est $\frac{\text{m}}{4}$. Nam dimidium Denominatoris est 1, numeratoris Radix, 4. Itẽ Radix $\frac{\text{iv}}{39}$ est $\frac{\text{ii}}{6}$. Oportet itaq; Denominatorẽ esse eiusmodi vt in dimidium secari poßit. Vt si velis Radicem tertiorum

Tertiorum 15, *hæc prius reducenda ſunt ad* 900 *Quarta, quorum Radix eſt* $\frac{1}{30}$. *Item quærenda eſt Radix Gradus* 1, *Minutorum* 20, *Secūdorum* 11, *Tertiorū* 25, *& Quartorū* 21. *omnes hæ Fractiones ad Quarta reductæ exurgunt in* 17969121 *Quarta, horū Radix Quadrata eſt* 4239, *quorum denominatio à Secūdis eſt accipienda, vtpote dimidium ex* 4. *Habes operationem hîc appoſitam.*

```
I                               II        7
   1 3 2                           1 3 2 6 2
 1 7 9 6 9 1 2 1                 1 7 9 6 9 1 2 1
   .   .   .   .                   .   .   .   .

     8|2                               8 4|3     3
    1 6 4    (4|2                      2 5 2 9 (424
III          7
          1 3 2 6 2
    1     7 9 6 9 1 2 1
              8 4 6|9
            7 6 2 2 1    (4239   Radix.
```

Iam diuide 4230 *Secunda per* 60, *habebis minuta* 70 *cum Secūdis* 39, *hoc eſt, Gradū* 1, *Minuta* 10, *& Secunda* 39, *Radicis inuentæ æſtimationem.*

Examen huius operationis eſt, vt multiplices Radicem inuentam in ſeipſam : exibit enim numerus Quadratus primùm ſuſceptus, ſi non erraueris.

De Radicis Cubicæ inuentione.

Sicut in Quadratis Denominator Radicis exurgit ex dimidio denominatoris Quadrati: ita in Cubicis ex tertia parte Denominatoris Cubici, Numeratoris verò extrahitur Radix Cubica sicut ex integris. Vt Radix Cubica $\frac{8}{27}$ *est* $\frac{2}{3}$. *Sunt enim* 2 *subtriplum* 6, & 3, *Radix Cubica* 27. *Quoties itaque Denominator in tria diuidi non poterit, opus erit reductione. Vt si quæris Radicem Cubicam Minutorum* 7 & *Secundorũ* 30, *priùs ad* 27000 *Tertia reducas, horum Radix, erit* 30, *quæ minutorũ denominationẽ habebunt. Item quærenda est Radix Cubica Minutorum* 18, *Secundorum* 51, *Tertiorum* 57, *Quartorum* 18, *Quintorũ* 43, & *Sextorum* 12. *Ex reductione proueniunt* 14760139392 *Sexta, quorum Radix,* 2448 *Secunda, hoc est,* 40 *Minuta* & 8 *Secunda.*

PRIMA

```
     6846
   14676139392      (2|4
   ·   ·   ·   ·
         6
       12
    ──────────
       48
        96
         64
    ──────────────
      5824
```

SECVN-

SECVNDA

1 3
6846355
14670139392 (24|4
· · · ·

72
1728
6912
1152
64
702784

TERTIA

13
6846355
14670139392 (244|8
· · · ·

732
178608
1428864
46848
512
142355392

Examen. Duc radicem inuentam in ſeipſam, productum rurſus in radicem, exibit numerus Cubicus ab initio ſuſceptus.

DE COGNOSCENDIS per memoriam Calendis, Idibus, Nonis, Aureo numero, festis mobilibus, & loco Solis & Lunæ in Zodiaco.

Mensium numerum, nomen, atq; ordinem nemo est qui nesciat. Ex iis Ianuarius, Martius, Maius, Iulius, Augustus, October & December habent dies 31, Februarius dies 28: Sed quarto quoq; anno accreßit dies vna quæ intercalaris dicitur, 6 Cal. Martij in sede F, literæ: quo anno habet ipse Feb. 29 dies. Aprilis, Iunius, September & Nouember dies 30. sic vt totus annus 365 diebus compleatur sine Bißexto, cum Bissexto 366.

2 *Annus bissextilis est quum numerus annorũ Christi per 4 diuisus, nihil relinquit: vt 1540, 1544, 1548, & similes.*

3 *Calendæ cuiuslibet mensis in ipsius die prima sitæ sunt: sed earum ordo continuatur in diebus mensis præcedentis per ascensum retrogradum sumptis. Vt, Prima dies Februarij, Calendæ Febr. dicuntur: vltima Ianuarij, pridie Cal. Feb. trigesima Ianuarij, tertio Cal. Feb. vigesima nona eiusdem, quarto Cal. Feb. & sic numeratim vsque ad diem decimã tertiam à qua initium habent Idus Ianuarij.*

rij. Die duodecima, dicitur Pridie Idus Ian. ỽndecima, tertio Idus: decima, quarto Idus: & sic ỽsque ad diem quintã, ỽbi Nonæ eiusdem. Die quarta, dicitur pridie Nonas Ian. die tertia, tertio Nonas: die secunda, quarto Nonas. Rursus dies prima eiusdem, Calendæ Ian. dicuntur, ac similis ordo obseruatur in cæteris. Dicimus enim die ỽltima Decembr. pridie Cal. Ian. trigesima eiusdem, tertio Calend Ia. & sic per duodecim menses.

Calendæ in diuersis mensibus plures aut pauciores sunt pro dierum numero. Idus ỽerò in quolibet mense sunt octo, quarum ordo à Calendis ỽsque ad Nonas ascendit. Nonarum ỽerò idem numerus nõ est singulis mensibus: sed Martio, Maio, Iulio, & Octobri sunt sex: ac eorum die septima, dicimus Nonis: sexta, pridie Nonas: quinta, tertio Nonas, &c. Reliquis ỽerò sunt quatuor tantùm, quæ initium habent à die quinta.

4 *Numerus Cycli Decemnouenalis, quem Aureum ỽocant, sic reperitur: Annis Christi oblatis adde ỽnitatẽ: productum diuide per 19, quod post diuisionem manet, est Aureus numerus. Exemplum. Volo scire numerum Aureum anni 1545: Addo 1, fiunt 1546. Hæc diuido per 19, restant 7, numerus quæsitus. Numerus ỽerò partitionis, quem Quotientem ỽocant, indicat reuolutiones*

huius Cycli elapsas à Christo nato, nempe 81.

5 *Hinc exurgit numerus Epactæ. Duc Aureū numerum in* 11, *productum partire per* 30, *quod restat est quæsitum. Vt, Aureus numerus Anni* 1545, *est* 7, *per Canonem præcedentem: quæ ducta in* 11, *producunt* 77: *hæc diuide per* 30, *supersunt* 17, *numerus Epactæ huius anni. Hi duo numeri non à capite anni Romani, sed à Martio initium habent: eorúmque vsus est in reperiendis Coniunctionibus & Oppositionibus mediis Luminarium, quas mox explicabimus: sed priùs pauca quædam ad hoc pertinentia præmittemus.*

6 *Sol singulis annis totum circulum Zodiaci lustrat. Zodiacus in* 12 *Singula diuiditur, quorum ordo est, Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces: quorum vnumquodque* 30 *Gradibus constat. Sol singulis mensibus vnū Signum percurrit, singulis diebus Gradum. Non tamen vt mensium initium, Signorum initio respondeat: sed diuersitas hæc est: Die* 12 *Ianuarij Sol ingreditur Aquarium:* 12 *Februarij, Pisces:* 12 *Martij, Arietem:* 12 *Aprilis, Taurum: sicq́ue continuo ac recto ordine. Eorum inter se oppositio à septimo quoque sumitur. Aries opponitur Libræ: Taurus, Scorpioni: Gemini, Sagittario. Cancer,*

Capri-

Capricorno: Leo, Aquario: Virgo, Piscibus. Quadratus aspectus in quarto quoque Signo est. Aries quadrato aspectu intuetur Cancrum: Taurus, Leonem: Gemini, Virginem: & sic de reliquis. Ex hoc locus Solis inuentu facillimus, singulis diebus singulos gradus tribuendo.

7 *Coniunctio Lunæ cum Sole vulgò Nouilunium appellatur: Oppositio ipsius ad Solem, Plenilunium. Quadraturæ intermediæ, hoc est, trium Signorum, interuallum, significant medietates ipsius incrementi siue decrementi. Hæ verò sic reperiuntur: Numero Epactæ reperto, per quinti numeri doctrinam, adde numerum Calendarum, quæ à mense Martio fluxerunt: productum aufer à 30, quod remanet indicat diem quo futura est Coniunctio: Die verò pòst decimaquinta, erit Oppositio. Exemplum: Volo scire quota die mensis Iulij hoc anno 1545, sit futura coniunctio: Epacta suprà inuenta est 17 eodem anno, huic adde 5, numerum scilicet Calendarum quæ à Martio prætериère, fiunt 22: quæ aufer à 30, restant 8. Erit ergo illo mense Coniunctio, octaua die. Iam adde 15 ad 8, exurgunt 23. Die ergo 23, erit Oppositio. Quòd si productum sit minus quàm 15, ipsum aufer à 15: quod remanet est dies Oppositionis. Si excedat 30, aufer à 45: quod remanet itidem est dies Opposit.*

Exemplum: Volo Oppositionẽ quæ fuit mense Aprili 1539, Numerus Epactæ illius anni, fuit 11, per 5: his adde 2, pro Calendis quæ præterierunt à Martio, fiunt 13: hæc aufer à 15: manent 2. Fuit ergo Oppositio die secunda illius mensis. Item volo Oppositionẽ quæ futura est mense Octobri, anno 1546. Numerus Epactæ erit 28, quibus additis 8, numero scilicet Calendarum à Martio, fiunt 36. hæc aufer à 45, manent 9. Erit itaque Opposit. nona die Octobr. illo anno. Hoc ideo addendum fuit, quòd sæpe fit vt Oppositio alicuius mensis præueniat Coniunctionem eiusdem. A die Oppositionis ablatis diebus 15, habebitur dies præcedentis Coniunctionis. Vt si die nona Octob. sit futura Oppositio, præcedet Coniunctio die 24, Septemb. Habita Coniunctione & Opposit. habebimus quadraturas, addendo vel auferendo 7 dies.

8 *Hinc elicitur locus Lunæ in Zodiaco. Primum considera locum Solis ad diem susceptum: postea vide vtrum præcesserit Coniunctio an Oppositio, & quot dies hinc elapsi sint. Hos dies multiplica per 4, productum partire per 9, numerus partitionis indicabit Signa & partes Signorum: vtpote per Integra intelligitur numerus Signorum: numerator verò fractionis annexæ indicabit Gradus triplicatos. Ea Signa & Gradus adde ad locũ*

Solis

Solis ſemper: productum, erit locus Lunæ, ſi præceſſerit Coniunctio. Si verò præceſſerit Oppoſitio, erit locus oppoſitus Zodiaci. Exemplum: Volo ſcire locum Lunæ 18 Iulij 1545, Coniunctio per 7, erit 8 die: ſuperatio dierum eſt 1: hæc duc in 4, fiunt 40, quæ diuide per 9, exurgunt 4 $\frac{4}{9}$, hoc eſt, quatuor Signa & 12 Gradus. Nam pro qualibet nona, tres Gradus ſumendi ſunt. Hæc adde ad locum Solis, qui per præcedentia, erit in 7 gradu Leonis. Erit ergo Lunæ locus circa 19 gradū Scorpij, quū præceſſerit Coniunctio. Rurſus volo locum Lunæ die 17 Octob. 1546. Oppoſitio erit die 9 eiuſdem: ſuperatio eſt 8 dierum: quos multiplica per 4, fiunt 32: diuide per 9, prodeunt 3 $\frac{5}{9}$, hoc eſt, tria Signa & 15 Gradus. Adde ad locū Solis, qui erit in 6 Gradu Scorp. exibit 21 Gradus Aquarij: Cuius loco accipies 21 Gradum Leonis, Signi ſcilicet oppoſiti, quia præceſſerat Oppoſitio. Nequis tamen nimia ſecuritate fallatur, quæcunque hîc dicta ſunt, de mediis Coniunctionibus & Oppoſitionibus dicta intelligat, de iis ſcilicet quæ proximè accedunt ad veras, quæ in Ephemeridum libris reperiuntur. Poſſunt enim à veris differre 12 horarum ſpatio, atque eo amplius. Idem & de locis ipſis intelligas. Horum cognitio vt non omnino certa ac exacta ſit, certè pulchra & iucunda eſt, nullis ad hoc

Tabulis necessariis: maximè verò quòd per medias Coniunctiones atque Oppositiones, potius quàm per veras metiamur festorum mobilium cursum, hoc qui sequitur modo.

9 Per Canones superiores, habeas Coniunctionem in mense Februario anni propositi, & vide in quam ceciderit diem: & proxima dies Martis erit Carnisprivium Romanum. Quòd si die Martis fuerit Coniunctio, omnino ad diem sequentem Martis differtur: Dominica proxima, erit Quadragesima: Post sex hebdomadas, erit Pascha. Exemplum: Coniunctio in mense Febr. 1545, erit die 12, per doctrinam præcedentem. Dies autem 12, erit dies Iouis. Erit itaque die 17, Carnisprivium: & Quadragesima, 22 eiusdem: Pascha, 6 hebdomadis, hoc est, quadragesima secunda pòst die: quæ cadet in 5 Aprilis. Additus quinque hebdomadis, hoc est, 35 diebus ad diem Paschæ, habetur dies Rogationum. Erunt ergo die 10 Maij, quibus additis 4 diebus, erit Ascensio Domini. Hinc ad Pentecosten sunt 10 dies, erítque 24 eiusdem mensis. Festum Trinitatis die septima Pentecoste, erítque die vltima Maij. Festum corporis Christi, die quarta à Trinitate. Aduentus domini semper est Dominica quarta ante Natalis festum. Vnde si Natalis sit die Dominica, celebrabitur Aduen-

tus,

tus,die 27 Nouembris, eritque à Natali remotissimus. Eius tempus maximum, est dierum 28: minimum 21. Interuallum est spatium à Natalis festo ad Dominicam in qua cantatur, Esto mihi. Ea est quæ proximè antecedit Carnisprivium Romanum. Septuagesima est tertia Dominica ante Quadragesimam. Vnde cùm anno 1545 posuerimus Quadrage. 22. Feb fuit Septuagesima, die prima eiusdem Superest vt de Cyclo Solari & Cyclo Indictionis dicamus.

10 *Cùm addideris 9 ad annum Christi oblatum, & productum diuiseris per 28, quod ex diuisione restabit, erit numerus Cycli solaris. Exemplum: Quæritur numerus Cycli solaris Anni 1545: his adde 9, fiunt 1554: diuide per 28, supersunt 14, numerus quæsitus. Numerus verò diuisionis, 55, ostendit reuolutiones huius Cycli elapsas à Christo nato.*

11 *Per hunc numerum habetur dies anni prima. Nam si fuerit 28 siue 0, dies prima Anni occurret die Dominica: si 1, die Lunæ: si 2, die Mercurij, ratione anni intercalaris: si 3, die Iouis: si 4, die Veneris, &c. Exemplum: Quum Anno 1545, numerus Cycli Solaris sit 14, & singulis annis vnitate crescat: anno igitur 1532 fuit 1: & prima dies anni, Lunæ: 1533, Mercurij, propter Bissextum*

1534, *Iouis*, 1535, *Veneris* 1536, *Sabbati. Rursus* 1537, *Lunæ, quum præcesserit Bissextus, & eadem ratione* 1541, *dies Sabbati: Erit itaque annus* 1545, *die Iouis. Ex hoc in promptu est litera Dominicalis. Nam quum diem anni primam habuerimus (cuius litera semper est A) computatis diebus & literis, illa statim suóque ordine occurret. Vt, cum anni* 1545 *dies prima sit Iouis, & sit A, erit dies Veneris B, Sabbati, C, & Dominica D.*

12 *Numerus Indictionis hac ratione reperitur. Annis Christi adde* 3, *productum diuide per* 15, *quod remanet ex diuisione, est quæsitum. Vt Anno* 1545 *adde* 3, *fiunt* 1548, *hæc diuide per* 15, *restant* 3, *numerus Indictionis huius anni. Numerus verò partitionis* 103, *indicat huius Cycli reuolutiones à Christi Natiuitate elapsas. Hic numerus hodie Pontificum diplomatis & notariorum instrumentis inseri solet. Hîc animaduertendum est, Indictionis numerum à mense Septembri initium habere, sicut aureum numerum à Martio, sic vt anno* 1545 *post finem mensis Septembris, numerus Indictionis non* 3, *sed* 4 *sit futurus.*

IACO-



IACOBVS PELETARIVS LECTORI.

VIDE quàm mihi chara ſint tua ſtudia. Radicum demonſtrationem, quam Gemma Friſius extremis ferè digitis attigerat ad me recepi, & confeci, alioqui in diuerſo ſtudij genere occupatiſſimus. Eam quum ad libros de occulta parte numerorum reponere ſtatuiſſem, mutaui ſubitò conſilium. Nolui enim dilatione rei pulcherrimæ tuam expectationem ſuſpenſam relinquere. Totum itaque caput in hunc locum tranſtuli: Tu aduerte animum.

RADICIS QVADRATAE demonstratio.

VBicunque partium collectio totum quidpiam constituit, dissolutione opus est ad partes ipsas eruendas. Igitur Numerus compositus in tot partes dissoluitur, quot ipsius sunt notæ. Vt 234 *in tres, scilicet* 200, 30 *&* 4, *quod & ipsa pronuntiatio exprimit. Atque vt à simplicioribus doceamus; hic Numerus* 23, *dissoluitur in* 20 *&* 3, *quod in Algebra dicitur* 20 *pag.* 3, *hoc est,* 20 *plus* 3. *Quum itaque* 23 *ad quadratum ducenda sunt, primum ducuntur* 3 *in se, fiunt* 9 : *Tum* 20 *in* 3, *bis, fiunt bis* 60 : *ac tandem* 20 *in se, fiunt* 400 : *ij omnes numeri efficiunt* 529, *Quadratum* 23. *Atque hinc emergit ratio colligendæ radicis Quadratæ, & quo argumento huc inducatur quarta Propositio secundi Libri Elementorum Euclidis, quæ sic habet.*

3
20
3
20
9
60
60
400
529

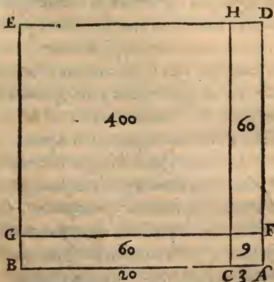
Si recta linea in duo secetur, Quadrata quæ ex duobus segmentis fiunt cum eo quod bis sub ipsis segmentis comprehenditur

tur

tur Rectangulo , æqualia sunt ei quod à toto fit Quadrato.

Cuius demonstrationem quum dederimus in nostro Euclide, eam hoc loco ostendemus simplici expositione.

Propositionis itaque sententia est, vt si linea AB secetur in puncto C, Quadratum quod ex tota AB, sit æquale duobus Quadratis quæ ex AC & CB cum eo quod bis fit ex AC in CB.



Constituatur enim ex AB, Quadratũ ABDE: secetúrque AD in pũcto F similiter vt ipsa AB: scilicet AF sit æqualis AC : & FD æqualis CB. Ac tum ductis Parallelis CH & FG, constat

Parallelogrammum CF esse Quadratum, itidem GH esse Quadratum. Constant etiam vtrumque CG & FH Supplementum esse, id quod fit ex AC in CB: denique totum Quadratum ABDE quatuor ipsis Parallelogrammis esse æquale. Quum igitur fecerimus totam AB esse 23, vt BC sit 20, & CA 3, erit Quadratum GH, 400 & Quadratum CF, 9. Vtrumque verò Supplementorum, erit 60. Ex quo iam facile est colligere vnde extractio Quadrata deprompta sit. Scilicet, duo ipsa quadrata in locis imparibus sita sunt, primo & tertio: alterutrum vero Supplementum, medium locum occupat. E loco igitur tertio, id est, expuncto secundo, elicitur Quadratum 400, (quod est Quadratum lineæ BC) cuius Radix 20 (hîc autem Nihila intellectu expunguntur: vt 4 pro 400, & 2 pro 20 teneantur, sicut deinceps vbique erit obseruandum.) Ponuntur ergo 20 (ea sunt 2) ad latus: Tum hæc duplicantur, fiúntque 40, scilicet fit bis linea BC, vt pòst vna opera fiat duplex illa multiplicatio, quam Propositio astruit, per futuram notam 3. Iam per hæc 40 diuiditur numerus 120: prodit index seu indicans numerus (Quotientem vocant) 3, scilicet linea AC. Hæc 3 adduntur ad 40, fiunt 43, quæ ducuntur in ipsum indicem: nempe 3 in 3, fit quadratum 9, tum 3 in 40

nempe

nempe bis in lineam 20, fiunt bis 60, seu 120, hæc sunt duo supplementa. Atque ea est inuestigatio partium per inuersionem, quæ extractionem Radicis patefacit. Nam abstracto iam Quadrato 400, quum ex 129 detraxeris Quadratum 3, quod est 9, manent 120: Atque hic numerus perpetuò in duo æqualia diuiditur, propter duo Supplementa æqualia quæ ipse continet: eáque ratione duplicantur 20, vna opera conficiantur ipsa duo Supplementa ex multiplicatione in 3. Sícque constat Radicis extractio. Ex his satis apparet quur omnis numerus Quadratus primam notam habeat 1, aut 4, aut 5, aut 6, aut 9 aut denique 0: nunquam 2,3,7,8. Nimirum quod sub primo puncto semper lateat aliquod simplicium Quadratorum. Vbi verò Quadratus Numerus primam notam habet 0, necesse est parem esse numerum Nihilorum, quæ numerum quidem augent, sed dignitatem hîc non mutant: Scilicet si 400 quadratus est numerus, necesse est 4 quoque quadratum esse numerum. Quum itaque Quadratum 529 constet duobus Quadratis, 400 maiore, & 9 minore, duobúsque Supplementis, scilicet bis 60, si nihila abstuleris, fient duo Quadrata 4 & 9, duóque Supplementa, quorum vtrunque erit 6: Quæ omnia simul addita etiamnum Quadratum constituent,

nempe 25. Sed ad Cubum transeo. Eiusmodi enim speculationes prope innumerabiles sunt.

RADICIS CVBICAE demonstratio.

CVbus Geometricus sex facies habet quadratas, supremam, infimam, aduersam, posticam, dextram, sinistram. In iis enim sex lateribus perfectio est Corporis. Quum itaque Cubus lineæ in duo diuisæ, qualis ad institutum nostrum pertinet, duobus constet Cubis minoribus & sex Parallelepipedis: Cubi quidem duo inter se collati, inæqualem habent soliditatem (huc enim Cubum non adducimus qui octo Cubis cõstat æqualibus.) sex vero Parallelepipeda binas inter se soliditates, æqualitate & inæqualitate permutant. Quæ omnia attentiùs sunt perspicienda, vt intelligas quot cuiusque partis facies extent in maximi Cubi superficiebus: sicque Cubi Geometrici structuram Gnomonicam animo cernere possis: qui quidem in plano commodè pingi non potest, sed qui facilè per Quadratum à nobis modo exhibitum intelligetur. Plana enim figura, Solidæ est ichnographia. Cubus verò arithmeticus erit præsentior. Atque in exem-

exemplum ſumatur numerus duarum notarum, 34. Hunc igitur quum diſſoluerimus in 30 & 4, ad Cubi conſtitutionem, primùm vtranque ducemus in ſe: tum alteram in alteram bis, iámque fit quadratum, ſed in particulas fractum, vt modò 23 quadrauimus, ſcilicet fiunt 16, tum bis 120, ac poſtremo 900. Qui omnes numeri efficiunt 1156, Quadratum 34.

4
30
4
30
16
120
120
900
1156

Tum rurſus ducendæ ſunt eæ omnes particulæ in 30 & 4, fiéntque octo multiplicationes, ſcilicet 64, prior cuborum minorum: tum ter 480: deinde ter 3600, ac tādem 27000, alter Cuborum minorum, atque ij omnes ſimul numeri totum Cubum efficiunt, 39304. Igitur ad Cubi compoſitionem, ſumuntur Cubi duarum ſectionum: tum ducitur Quadratum prioris ſectionis in ſecundam ter, atque viciſſim quadratum ſecūdæ ſectionis in priorem ter. Ex qua Theorema confecimus in hæc verba.

16
120
120
900
4
30
64
480
480
3600
480
3600
3600
27000
29304

Si recta linea in duo secetur, qui ex ea fit Cubus, æqualis est iis qui ex vtraque sectione fiunt Cubis, atque ei quod ter fit ex quadrato prioris sectionis in secundam Parallelepipedo, eíque quod ter fit ex quadrato secundæ sectionis in priorem Parallelepipedo.

Sectionem hoc loco pro segmento posuimus, vt ambiguitatem sententiæ effugeremus.

Hoc verò Theorema, quod proportione quadam respondet quartæ Propositioni secundi Elementorum, demonstrabimus, deo iuuante, in Solidis. Quod ipsum tamen ex se valde probabile est, iis qui Cubi structuram animo reponent: sed planè spectabile futurum, si sensum iudicem adhibueris, scilicet si Cubum Solidum efformaueris in octo particulas, ex materia quapiam tractabili. Et quoniam in Quadrata Radice nihilorum naturam æstimationémque designauimus, tantùm mente tenenda ea quæ illic tradidimus, nempe nihila ipsa esse pro nihilo habenda in numeraria collectione. Igitur Theorematis nostri inductio sic erit. Inuestigo Cubum prioris puncti, scilicet Cubum comprehensum in 39000, id est 27000, cuius radix 30, hanc sepono ad latus in primam notam radicis, ablatis

27000

27000 ex 39000, *superſunt* 12304. *Iam triplico* 30 (*idque ob triplicem multiplicationem in Theoremate aſtructam, ſicut in Quadrato duplicatur ob duplicem*) *Ex ea triplicatione fiunt* 90, *quæ colloco, ſcilicet* 0 *ſub puncto proximo ad dextram, &* 9 *ſub nota proxima ipſi puncto, ſicut vult artis compendium. Secundò duco eadem* 30 *in triplum,* 90, *fiunt* 2700, *collocanda ſub* 90. *Et erit* 2700, *Diuiſor. Qui quum quater reperiatur in* 12304, *ſepono* 4 *in ſecundam notam Radicis. Iam hic modus exiſtit inuentionis. Nam in ipſa* 4 *ducuntur* 2700, *fiunt* 10800: *hæc ſunt ter* 3600 *quæ inter Cubi particulas conſpiciuntur. Tertiò quadratur* 4, *fiunt* 26: *hæc ducutur in* 90,

```
1 2
1 2 3 0 4      (3|4
        9 0
    2 7 0 0
  1 0 8 0 0
    1 4 4 0
        6 4
  ---------
  1 2 3 0 4.
```

fiunt 1440, *collocanda ſub* 10800. *Tandem eadem* 4 *ducuntur cum Cubum, fiunt* 64, *quæ ponuntur ſub* 1440. *Hæc omnia addita æquantur numero ſupremo, nempe* 12304.

Animaduerte itaque Nihila non tantùm loca occupare, ſed ab ipſis totam pene rationem extractionis & diſſolutionis pendere: quum ex iis ap-

pareat particulas simul additas in totum numerum superiorem exurgere. Igitur quum ex Theoremate nostro elucescat Cubi compositio, facile fuerit per regreßionem omnia examinare, vt in Quadrata extractione docuimus.

Scio hoc loco aliquid scrupuli restare, scilicet vnde 10800 *emerserint vt efficerent ter* 3600. *Apparet enim* 3600 *esse id quod fit ex quadrato vnius sectionum in alteram ter, nempe ex* 90 *in* 4 *ter, sicut vult Theorema. Sed quomodo ter* 3600 *in* 10800 *coaluerint, non satis constat. Huius rei ratio hæc est, quòd quum* 3600 *proueniant ex ductu* 900 *in* 4, *sicut ex multiplicatione particulariũ videre est: &* 2700 *sint ter* 900: *satis clarum est, si semel ducantur* 2700 *in* 4, *idem prouenire ac si ducerentur* 900 *ter in ipsa* 4. *Eadémque est ratio quur ex ductu* 90 *in quadratum ipsius* 4, *proueniant* 1440, *scilicet ter* 480. *Fortasse alia occurret dubitatio, quum plura fuerint puncta quàm duo, quænam sit Theorematus ipsius inductio. Sanè eadem. Verbi gratia, quum tres futuræ sunt Radicis notæ, vt* 345, *erunt duæ priores absoluendæ ex Regulæ sententia. Ac tum* 34 *pro vna nota habendæ, atque hic intelligetur Radix dissolui in* 340 *&* 5, *erítque eadem agendi ratio, quæ in duabus notis prioribus. Erit*

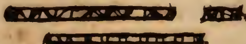
enim

enim 19304000, prior Cubus: alter, 125: reliquæ partes per quas ſex Parallelepipeda repræſentantur, ex diſquiſitione fient manifeſtæ. Hæc mihi ſatis eſſe viſa ſunt ad integram Radicum cognitionem. Nos verò aliam extrahendæ Radicis Cubicæ aliquantò expeditiorem dedimus in noſtra Arithmetica: Neque illam omnium pulcherrimam omiſimus & facillimam, quæ generatim omnes Radicum extractiones complectitur. Sed & ambæ ex eodem hoc fonte demonſtrationis emanant.

FINIS.



Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι οἶνον ἔβαινον,
Αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθει φόρτου ἑοῖο.
Τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνη,
Μῆτερ, τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη;
Εἰ μέτρον ἕν μοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρα.
Εἰ δέ κεν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις,
Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστε γεωμετρίης ἐπίιστορ.



Mulæ Asinæque duos imponit seruulus vtres
Impletos vino, segnémque vt vidit Asellam
Pondere defessam vestigia figere, tarda
Mula rogat: Quid chara parens cunctare, gemísq;?
Vnam ex vtre tuo mensuram si mihi reddas,
Duplum oneris tunc ipsa feram: Sed si tibi tradam
Vnam mensuram, fient æqualia vtrique
Pondera. Mensuras dic docte Geometer istas.

IOACHIMVS HELLER.

Mulus portabat vinum comitatus Asella,
Hæc oneris queritur pondera vasta sui:
Ille graues matris gemitus miratur, & inquit,
Cur adeò lachrymis lumina mœsta fluunt?
Mollities teneras, mater, decet illa puellas,
Quas premit insuetus debilitátque labor.
Vnam mensuram si nostros fundis in vtres,
Ipse tui vini pondera dupla feram:
Sin vnam contrà nostro de fasce leuabis
Partem, tunc æquum pondus vterque feret.
Dic mihi mensuras, ô docte Geometer, istas,
Non aliter Phœbi nomine dignus eris.

FINIS.


IN PINGVI GALLINA